Michael Buhlmann

Schülerkurs

Betriebswirtschaftslehre
> Betrieblicher Absatz, betriebliche Preispolitik
> Monopol, Polypol

An der Schnittstelle zwischen Wirtschaftsunternehmen und Markt (im wirtschaftswissenschaftlichen Sinn) stehen betrieblicher Absatz und betriebliche Preispolitik unter den Bedingungen von Marktformen und Verhaltensweisen der Marktteilnehmer (Anbieter, Nachfrager). Im Folgenden wird die Absatzpolitik eines Unternehmens als Monopolist im Angebotsmonopol verglichen mit der Mengenpolitik eines Unternehmens bei vollkommener Konkurrenz (Angebots- und Nachfragepolypol) betrachtet.

Theorie

I. Einführung

I.1 Im Rahmen der betrieblichen Organisation eines (Produktions-) Unternehmens spielt der Absatz als Endpunkt des betrieblichen Prozesses, als Verwertung des im Betrieb Erstellten (Produkt) eine wichtige Rolle. Absatz ist damit Leistungsverwertung, d.h. Bereitstellung der betrieblichen Leistung für den Markt als Kontaktzone von Angebot und Nachfrage. Von Seiten des Betriebs gehören zum Absatz: Absatzplanung und -vorbereitung mit den Mitteln der Marktanalyse und Marktbeobachtung; Absatzpolitik mit Preis- und Mengenpolitik sowie dem (Produkt-) Marketing.

I.2 Beim Markt treffen Angebot (der Unternehmungen) und Nachfrage (der Haushalte) aufeinander. Menge und Preis eines Produktes bestimmen die Nachfragefunktion (Absatzkurve), die Anzahl der Anbieter und Nachfrager die Marktform. Als (eher theoretische) Marktformen betrachten die Wirtschaftswissenschaften:

- Vollkommene Konkurrenz (als Polypol auf der Anbieter- und Nachfragerseite)
- Angebotsoligopol (als Oligopol auf der Anbieter-, Polypol auf der Nachfragerseite)
- Angebotsmonopol (als Monopol auf der Anbieter-, Polypol auf der Nachfragerseite)
- Nachfrageoligopol (als Polypol auf der Anbieter-, Oligopol auf der Nachfragerseite)
- Bilaterales Oligopol (als Oligopol auf der Anbieter- und Nachfragerseite)
- Beschränktes Angebotsmonopol (als Monopol auf der Anbieter-, Oligopol auf der Nachfragerseite)
- Nachfragemonopol (als Polypol auf der Anbieter-, Monopol auf der Nachfragerseite)
- Beschränktes Nachfragemonopol (als Oligopol auf der Anbieter-, Monopol auf der Nachfragerseite)
- Bilaterales Monopol (als Monopol auf der Anbieter- und Nachfragerseite)

Relativ einfach erschließbar sind dann die Marktformen des Angebotsmonopols, bei dem der Anbieter Preispolitik betreibt, und der vollkommenen Konkurrenz, bei der ein Unternehmen wegen des festen Marktpreises Mengenpolitik verfolgen muss.
Im Folgenden werden somit die Preispolitik bzw. die Mengenpolitik eines Unternehmens unter den Bedingungen des Monopols bzw. der vollkommenen Konkurrenz betrachtet.

II. Kosten, Erlöse, Gewinne im Monopol

II.1 Gesamtkosten: Ein Unternehmen produziert ein Produkt mit einer Ausbringungsmenge x pro Zeiteinheit. Dabei entstehen fixe Gesamtkosten K_{fix} und variable Stückkosten k_{var}. Als Gesamtkosten $K = K_{ges}$ ergeben sich für eine Ausbringungsmenge x:

$$\boxed{K(x) = K_{ges}(x) = K_{fix} + K_{var}(x) = K_{fix} + x \cdot k_{var}(x)}$$

Variable Gesamtkosten K_{var} sind dabei: $K_{var}(x) = x \cdot k_{var}(x)$.

II.2 Als Stückkosten (= Kosten pro produziertes Stück) ergeben sich die fixen Stückkosten k_{fix}, die variablen Stückkosten k_{var} und die Gesamtstückkosten k_{ges} als:

$$k_{fix} = \frac{K_{fix}}{x}$$

$$k_{var} = \frac{K_{var}}{x}$$

$$k_{ges} = k_{fix} + k_{var} = \frac{K_{fix}}{x} + \frac{K_{var}}{x} = \frac{K_{ges}}{x}$$

Bei konstanten variablen Stückkosten k_{var} ist die Gesamtkostenfunktion $K_{ges}(x) = K_{ges}(x) = K_{fix} + x \cdot k_{var}(x)$ eine Gerade mit y-Achsenabschnitt K_{fix} und Steigung k_{var}. Die Gesamtstückkostenkurve $k_{ges} = k_{ges}(x) = \frac{K_{fix}}{x} + k_{var}$ ist eine hyperbelähnliche Funktion, die für wachsende Ausbringungsmengen x sich der Kurve der variablen Stückkosten k_{var} annähert. Die Grenzkosten $K' = K'_{ges}$ sind dann die Ableitung der Gesamtkosten $K = K_{ges}$.

II.3 Erlöse: Ein Unternehmen als Monopolist im Angebotsmonopol beeinflusst über den von ihm gesetzten Angebotspreis p den Markt. Dies setzt die Existenz einer (linearen) Preis-Absatz-Funktion $p(x) = a–bx$ $(a, b>0)$ voraus, die für Ausbringungsmengen x des Intervalls $[0; a/b]$ definiert ist $(p(0)=a, p(a/b)=0)$. Erlös (Umsatz) als Preis mal Ausbringungsmenge ergibt die monopolistische Erlösfunktion $E(x) = p(x) \cdot x$ und damit:

$$\boxed{E(x) = (a–bx)x = ax–bx^2}$$

Der Erlös des Monopolisten ist Null, wenn x=0 oder x=a/b ist, er ist positiv für $0 < x < a/b$, er ist maximal, wenn der Grenzerlös E‘(x) mit:

$$\boxed{E'(x) = a–2bx}$$

Null ist, d.h. wenn gilt: $a–2bx = 0 \Leftrightarrow x_e = \frac{a}{2b}$. Stückerlös $e(x) = \frac{E(x)}{x} = \frac{(a-bx)x}{x} = a - bx$ und Grenzerlös E‘(x) sind verschieden.

II.4 Gewinn: Stellt man nun die Kostenfunktion der Gesamtkosten K_{ges} und die Funktion des Erlöses E gegenüber, so ergibt sich für jede Ausbringungsmenge x eine besondere Höhe der Kosten $K(x) = K_{ges}(x)$ und des Erlöses E(x). Der Gewinn G ist dann die Differenz von Erlös und Kosten:

$$\boxed{G(x) = E(x) – K(x)}$$

und als Gewinn für positive Werte, als Verlust für negative interpretierbar.

II.5 Nutzenschwelle, Nutzengrenze, Gewinnzone: Die Ausbringungsmenge x_s mit $G(x_s) = 0$, also Gewinn = 0, heißt Nutzenschwelle. Für die Nutzenschwelle x_s gilt:

$$\boxed{E(x_s) = K(x_s)}$$

Bei der Nutzenschwelle (break even point) wird damit die Gewinnzone des Unternehmens erreicht. Eine eventuell existierende zweite Stelle x_G mit $G(x_G) = 0$ und $x_s < x_g$ heißt Gewinngrenze mit:

$$\boxed{E(x_g) = K(x_g)}$$

Im Koordinatensystem von Ausbringungsmenge x und Erlös bzw. Kosten werden Nutzenschwelle x_s und Nutzengrenze x_g also durch den Schnittpunkt von Erlösgeraden und Kostenfunktion repräsentiert, die Gewinnzone, dargestellt durch die Ausbringungsmengen x mit G(x) > 0, ist damit zu umschreiben mit: $x_s < x < x_g$.

II.6 Gewinnmaximum: Im Gewinnmaximum liegen Erlöskurve und Kostenkurve parallel zueinander, ihre Steigungen sind gleich, Grenzerlös und Grenzkosten stimmen überein. Indem man die Ableitung G'(x) = 0 setzt, gilt damit für die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x_m:

$$E'(x_m) = K'(x_m)$$

auch auf Grund von $G''(x_m) < 0$. Da die Kostenfunktion K(x) logischerweise monoton steigend ist, muss das Gewinnmaximum dort liegen, wo auch die Erlöskurve monoton steigend, d.h.: die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x_m ist immer kleiner als die erlösmaximale x_e, also: $x_m < x_e$.

II.7 Cournotscher Punkt: Zur gewinnmaximalen Ausbringungsmenge x_m gehört der gewinnmaximale (optimale) Angebotspreis als Marktpreis. Er errechnet sich durch Einsetzen der optimalen Menge in die Preis-Absatz-Funktion p(x) = a–bx als:

$$p_m = a - bx_m$$

Der im entsprechenden Koordinatensystem sich befindende Punkt $C(x_m|p_m)$ heißt Cournotscher Punkt.

III. Kosten, Erlöse, Gewinne im Polypol

III.1 Gesamtkosten: Ein Unternehmen produziert ein Produkt mit einer Ausbringungsmenge x pro Zeiteinheit. Dabei entstehen fixe Gesamtkosten K_{fix} und variable Stückkosten k_{var}. Als Gesamtkosten $K = K_{ges}$ ergeben sich für eine Ausbringungsmenge x:

$$K(x) = K_{ges}(x) = K_{fix} + K_{var}(x) = K_{fix} + x \cdot k_{var}(x)$$

Variable Gesamtkosten K_{var} sind dabei: $K_{var}(x) = x \cdot k_{var}(x)$.

III.2 Als Stückkosten (= Kosten pro produziertes Stück) ergeben sich die fixen Stückkosten k_{fix}, die variablen Stückkosten k_{var} und die Gesamtstückkosten k_{ges} als:

$$k_{fix} = \frac{K_{fix}}{x}$$

$$k_{var} = \frac{K_{var}}{x}$$

$$k_{ges} = k_{fix} + k_{var} = \frac{K_{fix}}{x} + \frac{K_{var}}{x} = \frac{K_{ges}}{x}$$

Bei konstanten variablen Stückkosten k_{var} ist die Gesamtkostenfunktion $K_{ges}(x) = K_{ges}(x) = K_{fix} + x \cdot k_{var}(x)$ eine Gerade mit y-Achsenabschnitt K_{fix} und Steigung k_{var}. Die Gesamtstückkostenkurve $k_{ges} = k_{ges}(x) = \frac{K_{fix}}{x} + k_{var}$ ist eine hyperbelähnliche Funktion, die für wachsende Ausbringungsmengen x sich der Kurve der variablen Stückkosten k_{var} annähert. Die Grenzkosten $K' = K'_{ges}$ sind dann die Ableitung der Gesamtkosten $K = K_{ges}$.

III.3 Erlöse: Der Verkauf eines Produktes durch ein Unternehmen bringt diesem Erlöse pro Zeiteinheit ein, die abhängig von der Ausbringungsmenge x des Produkts sind. Der vom Markt (bei vollständiger Konkurrenz) vorgegebene Verkaufspreis p als Stückerlös gibt den Erlös pro Stück beim Verkauf des Produkts an, der Gesamterlös E ergibt sich dann als:

$$E(x) = p \cdot x$$

und stellt damit im Koordinatensystem von Ausbringungsmenge x und Erlös eine Gerade durch den Ursprung dar mit dem Stückerlös p als Steigung:
Die Ableitung der Erlösfunktion E heißt Grenzerlös E' mit: E'(x) = p und ist identisch mit dem Marktpreis p. Wegen E(x) = px ist der Grenzerlös auch Stückerlös e(x), da:

$$e(x) = \frac{E(x)}{x} = \frac{px}{x} = p = E'(x)$$

III.4 Gewinn: Stellt man nun die Kostenfunktion der Gesamtkosten K_{ges} und die Funktion des Erlöses E gegenüber, so ergibt sich für jede Ausbringungsmenge x eine besondere Höhe der Kosten $K(x) = K_{ges}(x)$ und des Erlöses E(x). Der Gewinn G ist dann die Differenz von Erlös und Kosten:

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

und als Gewinn für positive Werte, als Verlust für negative interpretierbar.

III.5 Nutzenschwelle, Nutzengrenze, Gewinnzone: Die Ausbringungsmenge x_s mit $G(x_s) = 0$, also Gewinn = 0, heißt Nutzenschwelle. Für die Nutzenschwelle x_s gilt:

$$E(x_s) = K(x_s)$$

Bei der Nutzenschwelle (break even point) wird damit die Gewinnzone des Unternehmens erreicht. Eine eventuell existierende zweite Stelle x_G mit $G(x_G) = 0$ und $x_s < x_g$ heißt Gewinngrenze mit:

$$E(x_g) = K(x_g)$$

Im Koordinatensystem von Ausbringungsmenge x und Erlös bzw. Kosten werden Nutzenschwelle x_s und Nutzengrenze x_g also durch den Schnittpunkt von Erlösgeraden und Kostenfunktion repräsentiert, die Gewinnzone, dargestellt durch die Ausbringungsmengen x mit G(x) > 0, ist damit zu umschreiben mit: $x_s < x < x_g$.

III.6 Gewinnmaximum: Gemäß den Regeln der Differenzialrechnung erhält man das Gewinnmaximum der Gewinnfunktion G(x) = E(x) – K(x), indem man die Ableitung G'(x) = 0 setzt. Für die gewinnmaximale Ausbringungsmenge x_m gilt damit:

$$E'(x_m) = K'(x_m),\ p = K'(x_m)$$

Also sind hier Grenzerlös gleich Grenzkosten bzw. Grenzkosten gleich Stückerlös (Verkaufspreis). Auf Grund von $G''(x_m) < 0$ liegt dann in der Tat ein Maximum vor. $G_{max} = G(x_m)$ ist dann der maximale Gewinn.

III.7 Stückgewinn: Für eine Ausbringungsmenge x ergibt sich der Stückgewinn g(x) als:

$$g(x) = \frac{G(x)}{x} = \frac{E(x)}{x} - \frac{K(x)}{x} = e(x) - k(x) = p - k(x)$$

Der Stückgewinn ist also die Differenz aus Preis und Stückkosten.

III.8 Betriebsminimum, kurzfristige Preisuntergrenze: Dem Betriebsminimum entspricht die Ausbringungsmenge x_{min}, bei der die variablen Stückkosten k_{var} minimal sind. Mit $k_{\text{var}} = \frac{K_{\text{var}}}{x}$ gilt im Betriebsminimum: $k'_{\text{var}}(x_{\min}) = 0$ und damit:

$$K'(x_{\min}) = K'_{\text{var}}(x_{\min}) = \frac{K_{\text{var}}(x_{\min})}{x_{\min}} = k_{\text{var}}(x_{\min})$$

mit: $k''_{\text{var}}(x_{\min}) > 0$. D.h.: Im Betriebsminimum x_{min} stimmen die (variablen) Grenzkosten K' = K'_{var} mit den variablen Stückkosten k_{var} überein, die Grenzkosten schneiden die Funktion der variablen Stückkosten in deren Minimum:
Die kurzfristige Preisuntergrenze ist dann:

$$p_{kf} = k_{var}(x_{min})$$

Sie stellt daher den Marktpreis $k_{var}(x_{min}) \leq p$ dar, zu dem im Betriebsminimum das Unternehmen die Warenmenge x_{min} absetzen kann, wenn es bereit ist, dabei einen Verlust in Höhe der fixen Kosten K_{fix} zu machen, also: $G(x_{min}) = –K_{fix}$.

III.9 Betriebsoptimum, langfristige Preisuntergrenze: Dem Betriebsoptimum entspricht die Ausbringungsmenge x_{opt}, bei der die gesamten Stückkosten minimal sind. Mit $K = K_{ges}$ und $k = \frac{K}{x}$ gilt im Betriebsoptimum $k'(x_{opt}) = 0$ und damit:

$$K'(x_{opt}) = \frac{K(x_{opt})}{x_{opt}} = k(x_{opt})$$

mit: $k''(x_{opt}) > 0$. D.h.: Im Betriebsoptimum x_{opt} stimmen die Grenzkosten K' mit den gesamten Stückkosten k überein, die Grenzkosten schneiden die Funktion der Stückkosten in deren Minimum. Als langfristige Preisuntergrenze ergibt sich:

$$p_{lf} = k(x_{opt})$$

Sie stellt daher den Marktpreis $k(x_{opt}) \leq p$ dar, zu dem im Betriebsoptimum das Unternehmen die Warenmenge x_{opt} absetzen kann, bei der die fixen Kosten K_{fix} und die variablen Kosten $K_{var}(x_{opt})$ gerade gedeckt sind, also: $G(x_{opt}) = 0$.
Wegen $k_{var}(x) < k(x)$ ist bei $K'(x) > 0$: $x_{min} < x_{opt}$, $p_{kf} < p_{lf}$.
Ein anderer Zugang zur langfristigen Preisuntergrenze ergibt sich, wenn wir uns vorstellen, die Erlöskurve E(x) um den Koordinatenursprung so zu drehen, dass sie zu einer Tangente an die Gesamtkostenfunktion K(x) wird. Wir erhalten dann mit $E_{lf}(x) = p_{lf}x$ die Erlöskurve, die in x_{opt} die Kostenkurve berührt, so dass also ebenfalls gilt:

$$K'(x_{opt}) = \frac{K(x_{opt})}{x_{opt}} = k(x_{opt})$$

Durch Drehung der Erlösfunktion im entsprechenden Koordinatensystem erhalten wir eine Tangente an die Kurve der variablen Gesamtkosten und somit das Betriebsminimum.
Es bleibt noch (zusammenfassend) zu erwähnen, dass bei der Ausbringungsmenge des Betriebsoptimums die Stückkosten minimal sind, d.h. der Stückgewinn g(x) = p – k(x) maximal wird.

III.10 Minimum der Grenzkosten: Für die Gesamtkosten K(x) = $K_{ges}(x)$ und deren Ableitung, die Grenzkosten K'(x), ergibt sich das Minimum der Grenzkosten mit:

$$K''(x_{mg}) = 0$$

und mit: $K'''(x_{mg}) > 0$. Das Minimum gibt damit an, bei welcher Ausbringungsmenge x_{mg} die Gesamtkosten am geringsten steigen (minimaler Kostenzuwachs), und kennzeichnet damit den Wendepunkt der Gesamtkostenfunktion K(x).

III.11 Minimale variable Stückkosten, minimale Grenzkosten: Im Betriebsminimum sind – wie gesehen – die variablen Stückkosten minimal, d.h. für die entsprechende Ausbringungsmenge x_{min} gilt: $k_{var}^{'}(x_{min}) = 0$. Das Minimum der Grenzkosten wird erreicht bei x_{mg} mit: $K''(x_{mg}) = 0$. Dann gilt mit einer kubischen Kostenfunktion hinsichtlich des Verhältnisses der Ausbringungsmengen von minimalen Grenzkosten und Betriebsminimum:

$$x_{mg} : x_{min} = 2 : 3$$

Beispiele

IV.1 Beispiel: Ein Unternehmen ist ein Monopolist am Markt und unterliegt für sein Produkt der Preis-Absatz-Funktion p(x) = 40–0,5x (Ausbringungsmenge x in ME, Mengeneinheiten; Preis p in GE, Geldeinheiten). Weiter wird die Produktion des Unternehmens bestimmt durch die Gesamtkosten

$$K(x) = 0{,}01x^3–0{,}2x^2+1{,}8x+180 \text{ (GE)}.$$

I. Die Erlösfunktion ist vom Typ ist vom Typ

$E(x) = p(x)\cdot x = (40–0{,}5x)x = 40x–0{,}5x^2$

und hat – resultierend aus der Preis-Absatz-Funktion p(x) = 40–0,5x – die Form einer nach unten geöffneten Parabel mit Nullstellen x = 0 und x = 80 (E(x) = 0). Wirtschaftliches Handeln des Monopolisten spielt sich folglich für Ausbringungsmengen x aus dem Intervall [0; 80] ab. Hinsichtlich des Erlösmaximums bestimmen wir den existierenden Hochpunkt der Erlösfunktion vermöge 1. und 2. Ableitung der Funktion:

$E(x) = 40x–0{,}5x^2$
$E'(x) = 40–x$
$E''(x) = -1.$

Nullsetzen der 1. Ableitung führt auf:

$E'(x) = 0 \Leftrightarrow 40–x = 0 \Leftrightarrow 40 = x,$

so dass wegen E‘‘(40) = -1 < 0 bei x = 40 ME in der Tat das Erlösmaximum vorliegt. Der Angebotspreis im Erlösmaximum beträgt vermöge der Preis-Absatz-Funktion p(x) = 40–0,5x:

$p(40) = 40–0{,}5\cdot 40 = 40–20 = 20$ GE.

Der Erlös im Erlösmaximum beträgt: E(40) = 800 GE, der Gewinn liegt bei: G(40) = E(40)–K(40) = 800 – 572 = 228 GE.

II. Zielführender für ein Unternehmen als Monopolist am Markt ist natürlich die Bestimmung von Gewinnzone, gewinnmaximaler Ausbringungsmenge, maximalem Gewinn und Angebotspreis im Gewinnmaximum. Es ist mithin die Gewinnfunktion

$G(x) = E(x)–K(x) = (40x–0{,}5x^2) – (0{,}01x^3–0{,}2x^2+1{,}8x+180) = -0{,}01x^3–0{,}3x^2+38{,}2x–180$

zu betrachten. Hinsichtlich der Gewinnzone gilt: G(x) = 0 ($\Leftrightarrow$ E(x) = K(x)), also:

$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}01x^3–0{,}3x^2+38{,}2x–180 = 0 \Leftrightarrow x = 4{,}95,\ x = 45{,}45,$

so dass die Gewinnzone des Monopolisten im Intervall [4,95; 45,45] der Ausbringungsmengen x liegt. Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ergibt sich mit der 1. und 2. Ableitung der Gewinnfunktion:

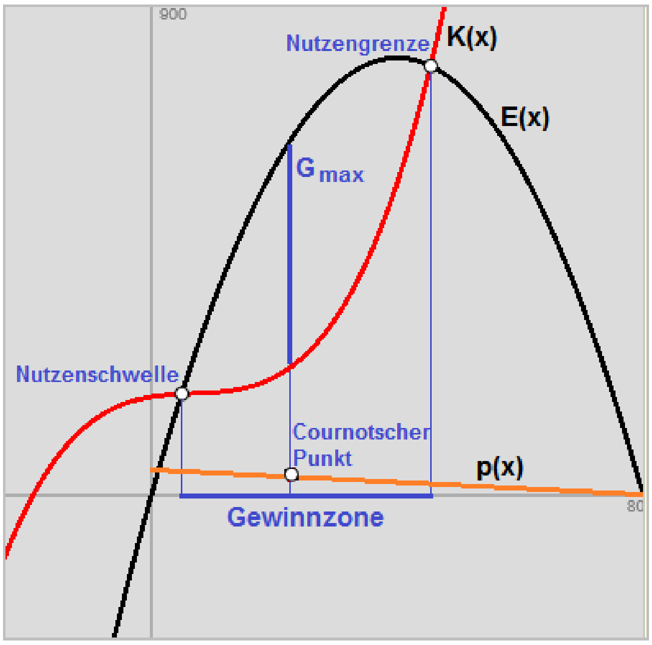
$G(x) = -0{,}01x^3–0{,}3x^2+38{,}2x–180$
$G'(x) = -0{,}03x^2–0{,}6x+38{,}2$
$G''(x) = -0{,}06x–0{,}6$

durch Nullsetzen von G‘(x):

$G'(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}03x^2–0{,}6x+38{,}2 = 0 \Leftrightarrow x=27{,}06$

bei x = 27,06 ME, wobei G‘‘(27,06) < 0 gilt. Das Gewinnmaximum ist G(27,06) = 435,87 GE groß. Im Gewinnmaximum fallen Erlöse in Höhe von E(27,06) = 716,28 GE, Kosten in Höhe von K(27,06) = 280,41 GE an.

III. Es bleibt noch, den Angebotspreis des Monopolisten zu bestimmen. Einsetzen der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge x = 27,06 ME in die Preis-Absatz-Funktion p(x) ergibt: p(27,06) = 26,47 GE als Angebots- und Marktpreis. Im entsprechenden x-p(x)-Koordinatensystem heißt der somit erhaltene Punkt C(27,06|26,47) auf der Preis-Absatz-Funktion auch Cournotscher Punkt.



Monopol: Kosten-, Erlösfunktion, Gewinnzone, Gewinnmaximum, Cournotscher Punkt

IV.2 Beispiel: Ein Unternehmen in einem Polypol eines vollkommenen Marktes hat als von einer Ausbringungsmenge x (in ME, Mengeneinheiten) abhängige Erlös- und Gesamtkostenfunktion (in GE, Geldeinheiten):

$$E(x) = 41x,\ K(x) = x^3 - 4x^2 + 12x + 32 \text{ (GE)}.$$

I. Die Erlösfunktion ist vom Typ E(x) = px, wobei p>0 der Marktpreis des polypolistisch-vollkommenen Marktes für eine produzierte Einheit der Ausbringungsmenge bedeutet. Es gilt: p = 41 GE als Marktpreis. Die Gesamtkostenfunktion ist ein kubische Parabel mit:

$$K(x) = K_{ges}(x) = K_{fix} + K_{var}(x) = K_{fix} + x \cdot k_{var}(x) =$$
$$32 + (x^3 - 4x^2 + 12x) = 32 + x(x^2 - 4x + 12),$$

also mit: K_{fix} = 32 als fixen Kosten, wobei $K_{var}(x) = x^3 - 4x^2 + 12x$ die variablen Kosten, $k_{var}(x) = x^2 - 4x + 12$ die variablen Stückkosten sind.

II. Als Stückkosten (= Kosten pro produzierte Mengeneinheit) ergeben sich die fixen Stückkosten k_{fix}, die variablen Stückkosten k_{var} und die Gesamtstückkosten k_{ges} als:

$$k_{fix} = \frac{K_{fix}}{x} = \frac{32}{x}$$

$$k_{var} = \frac{K_{var}}{x} = x^2 - 4x + 12$$

$$k_{ges} = k_{fix} + k_{var} = \frac{K_{fix}}{x} + \frac{K_{var}}{x} = \frac{K_{ges}}{x} = \frac{32}{x} + x^2 - 4x + 12$$

Die Grenzkosten K' = K'_{ges} = K'_{var} sind dann die Ableitung der Gesamtkosten K = K_{ges}, also:

$$K'(x) = 3x^2 - 8x + 12$$

III. Bzgl. der Kostenfunktion K(x) können wir jetzt das Betriebsminimum oder die kurzfristige Preisuntergrenze $k_{var}(x_{min})$ bestimmen. Im Betriebsminimum x_{min} stimmen die (variablen) Grenzkosten K' = K'_{var} mit den variablen Stückkosten k_{var} überein, die Grenzkosten schneiden die Funktion der variablen Stückkosten in deren Minimum. Es gilt also:

$$K'(x) = k_{\text{var}}(x)$$
$$3x^2 - 8x + 12 = x^2 - 4x + 12$$
$$2x^2 - 4x = 0$$
$$2x(x-2) = 0$$
$$x = 2$$

mit: x_{min} = 2 und: $k_{var}(2)$ = $2^2 - 4 \cdot 2 + 12 = 8$ = p_{kf} als kurzfristige Preisuntergrenze. Damit werden bei x_{min} = 2 und p_{kf} = 8 nur die variablen Kosten gedeckt wegen:

$$E_{kf}(2) = 8 \cdot 2 = 16,\ K(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 + 32 = 48,\ E_{kf}(2) - K(2) = -32 = -K_{fix}.$$

IV. Bzgl. der Kostenfunktion K(x) können wir nun das Betriebsoptimum oder die langfristige Preisuntergrenze $k(x_{max})$ bestimmen. Dem Betriebsoptimum entspricht die Ausbringungsmenge x_{opt}, bei der die gesamten Stückkosten minimal sind. Es gilt also:

$$K'(x) = k(x)$$
$$3x^2 - 8x + 12 = \frac{32}{x} + x^2 - 4x + 12$$
$$3x^3 - 8x^2 + 12x = 32 + x^3 - 4x^2 + 12x$$
$$2x^3 - 4x^2 - 32 = 0$$
$$x^3 - 2x^2 - 16 = 0$$
$$x \approx 3{,}4$$

mit: x_{opt} = 3,4 und: k(3,4) = 19,37 = p_{lf} als langfristige Preisuntergrenze sowie:

$$E_{lf}(2) = 19{,}37 \cdot 3{,}4 = 65{,}86,\ K(3{,}4) = 65{,}86,\ E_{lf}(3{,}4) - K(3{,}4) = 0\ .$$

V. Die Ausbringungsmenge x mit minimalem Kostenzuwachs ist die Menge x_{mg} mit: $K''(x_{mg}) = 0$, also dort, wo die Kostenfunktion K(x) ihren Wendepunkt besitzt. Damit gilt hinsichtlich dieses Minimums der Grenzkosten:

$$K''(x) = 6x - 8 = 0$$
$$6x = 8$$
$$x = \frac{4}{3}$$

Das Minimum gibt damit an, dass bei der Ausbringungsmenge $x_{mg} = \frac{4}{3}$ die Gesamtkosten am geringsten steigen.

VI. Der Gewinn G ist die Differenz von Erlös und Kosten, also:

$$G(x) = E(x) - K(x) = 41x - (x^3 - 4x^2 + 12x + 32)$$
$$= 41x - x^3 + 4x^2 - 12x - 32 = -x^3 + 4x^2 + 29x - 32$$

Es ist G(x) = 0 an der Nutzenschwelle x_s (break even point) und an der Nutzengrenze x_g. Zwischen x_s und x_g liegt die Gewinnzone mit: G(x) > 0. Es gilt mit $E'(x) = 41$:

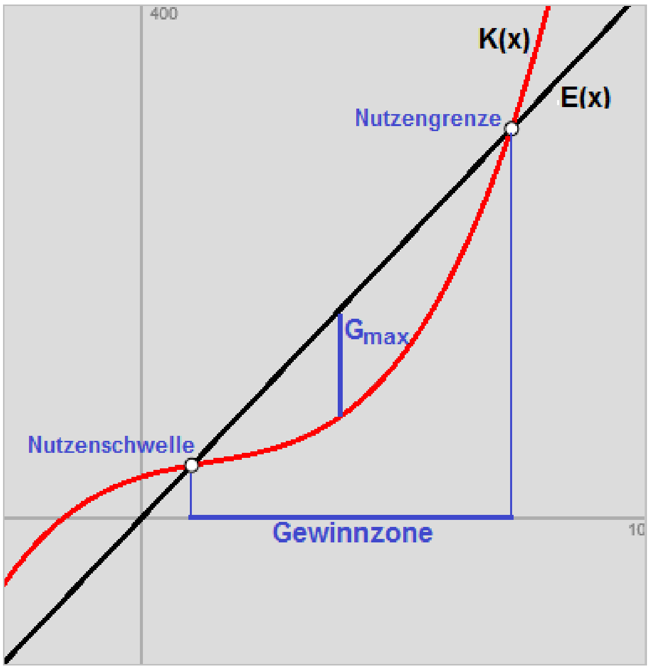
$$G(x) = 0$$
$$-x^3 + 4x^2 + 29x - 32 = 0$$
$$(x-1)(-x^2 + 3x + 32) = 0$$
$$x - 1 = 0\ ,\ -x^2 + 3x + 32 = 0$$
$$x = 1,\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-1) \cdot 32}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{137}}{-2}$$
$$x = 1,\ x = 7{,}4$$

Gewinnschwelle ist: x_s = 1, Gewinngrenze x_g = 7,4 mit: G(1) = G(7,4) = 0.

VI. Man erhält das Gewinnmaximum x_m über den Grenzgewinn G'(x) mit: G'(x) = 0. Damit gilt:

$$G'(x) = 0$$
$$E'(x) - K'(x) = 0$$
$$E'(x) = K'(x)$$
$$41 = 3x^2 - 8x + 12$$
$$3x^2 - 8x - 29 = 0$$
$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 3 \cdot (-29)}}{2 \cdot 3} = \frac{8 \pm \sqrt{412}}{6}$$
$$x = 4{,}7$$

G_{max} = G(x_m) = G(4,7) = $-4{,}7^3 + 4 \cdot 4{,}7^2 + 29 \cdot 4{,}7 - 32 = 88{,}84$ ist dann der maximale Gewinn.



Polypol: Kosten-, Erlösfunktion, Gewinnzone, Gewinnmaximum

Literatur

WÖHE, GÜNTER, Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, München [11]1975
WOLL, ARTUR, Allgemeine Volkswirtschaftslehre, München [7]1981

www.michael-buhlmann.de / Essen 2018