Michael Buhlmann

Mathematik-Formelsammlung
> Arithmetik/Algebra
> Binomialkoeffizient

Für natürliche Zahlen n definiert sich n! (n Fakultät) als:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n\,,\; 0! = 1$$

Für natürliche (reelle) Zahlen n und natürliche Zahlen k mit n≥k definiert sich der Binomialkoeffizient („n über k“):

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Es gelten folgende Rechenregeln für Binomialkoeffizienten:

Binomialkoeffizienten (Rechenregeln)
$\binom{n}{0} = 1\,,\; \binom{n}{n} = 1$ $\binom{n}{1} = n\,,\; \binom{n}{n-1} = n$ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ $\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \cdot \frac{n-k}{k+1}$
$\sum_{i=0}^{n-k} \binom{k+i}{k} = \binom{n+1}{k+1}\,,\; \sum_{i=0}^{n} \binom{k+i}{i} = \binom{k+n+1}{n}\,,\; \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i}^2 = \binom{2n}{n}$ $\sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n\,,\; \sum_{i=0}^{n/2} \binom{n}{2i} = 2^{n-1}\,,\; \sum_{i=0}^{n/2} \binom{n}{2i+1} = 2^{n-1}\,,\; \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i} = 0$

Die Summenformeln ergeben sich u.a. nach dem Binomischen Lehrsatz:

Binomischer Lehrsatz
$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$ $(a-b)^n = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$

www.michael-buhlmann.de / 07.2018