

Mathematik-Abiturprüfung

> Analysis VI

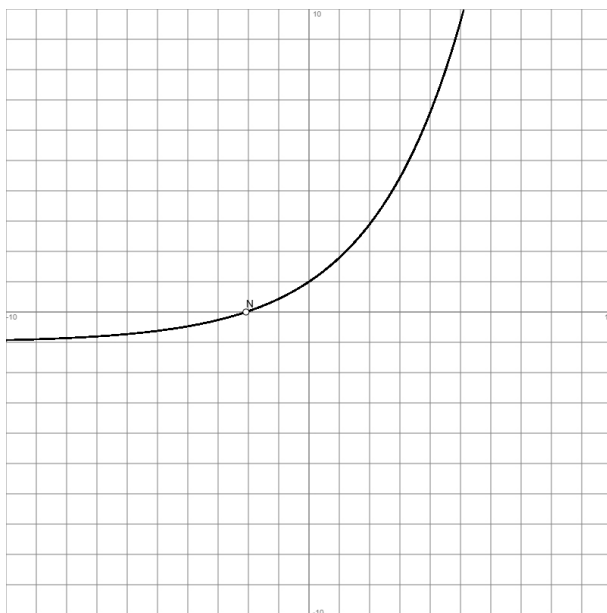
Einleitung: Die Mathematik-Abiturprüfung für (allgemein bildende, berufliche) Gymnasien beinhaltet die Themenbereiche Analysis, analytische Geometrie bzw. Matrizenrechnung und Wahrscheinlichkeitsrechnung, jeweils gegliedert in Aufgaben ohne und mit Hilfsmitteln (wissenschaftlicher Taschenrechner, Merkhilfe/Formelsammlung). Im Bereich der Analysis betreffen die Aufgaben Themen wie Gleichungslehre, ganz und gebrochen rationale, natürliche Exponential- und trigonometrische Funktionen, Differentiation und Integration, grafisches Auf- und Ableiten, Modellierung (einschließlich Extremwertaufgaben), Parameterfunktionen.

Nachstehend findet sich eine Aufgabe zum mündlichen Abitur (Nebenaufgabe: Analysis).

Aufgabe (mit Hilfsmitteln): Gegeben ist die Exponentialfunktion $f(x) = 2e^{\frac{1}{3}x} - 1$.

- a) Charakterisiere den Verlauf des Graphen von $f(x)$.
- b) Berechne die Gleichung der Tangenten an die Funktion $f(x)$ an der Stelle $x = 0$.
- c) Bestimme die Stammfunktion $F(x)$ von $f(x)$ mit $F(0) = 5$.

Lösungen: a) Exponentialfunktion $f(x)$: Nullstelle $N(-3\ln(2)|0)$, keine Extrema, keine Wendepunkte $\rightarrow f(x)$ streng monoton wachsend, $f(x)$ links gekrümmt $\rightarrow x \rightarrow -\infty: f(x) \rightarrow -1 = y$ als waagerechte Asymptote, $x \rightarrow +\infty: f(x) \rightarrow +\infty$ gemäß:



b) Funktion, Ableitung: $f(x) = 2e^{x/3} - 1$, $f'(x) = 2e^{x/3}/3 \rightarrow f(0) = 2 - 1 = 1$, $f'(0) = 2/3 \rightarrow$ Tangente: $t: y = 2x/3 + 1$ gemäß Ansatz: $y = mx + c$ mit $m = f'(0)$, $c = f(0) - f'(0) \cdot 0 = f(0)$.

c) Funktion, Stammfunktion: $f(x) = 2e^{x/3} - 1$, $F(x) = 6e^{x/3} - x + C$; Bestimmung von C : $F(0) = 6 - 0 + C = 5 \Leftrightarrow 6 + C = 5 \Leftrightarrow C = -1 \rightarrow$ gesuchte Stammfunktion: $F(x) = 6e^{x/3} - x - 1$.

www.michael-buhlmann.de / 06.2026 / Mathematik-Abiturprüfung: Analysis VI / Aufgaben 2617