

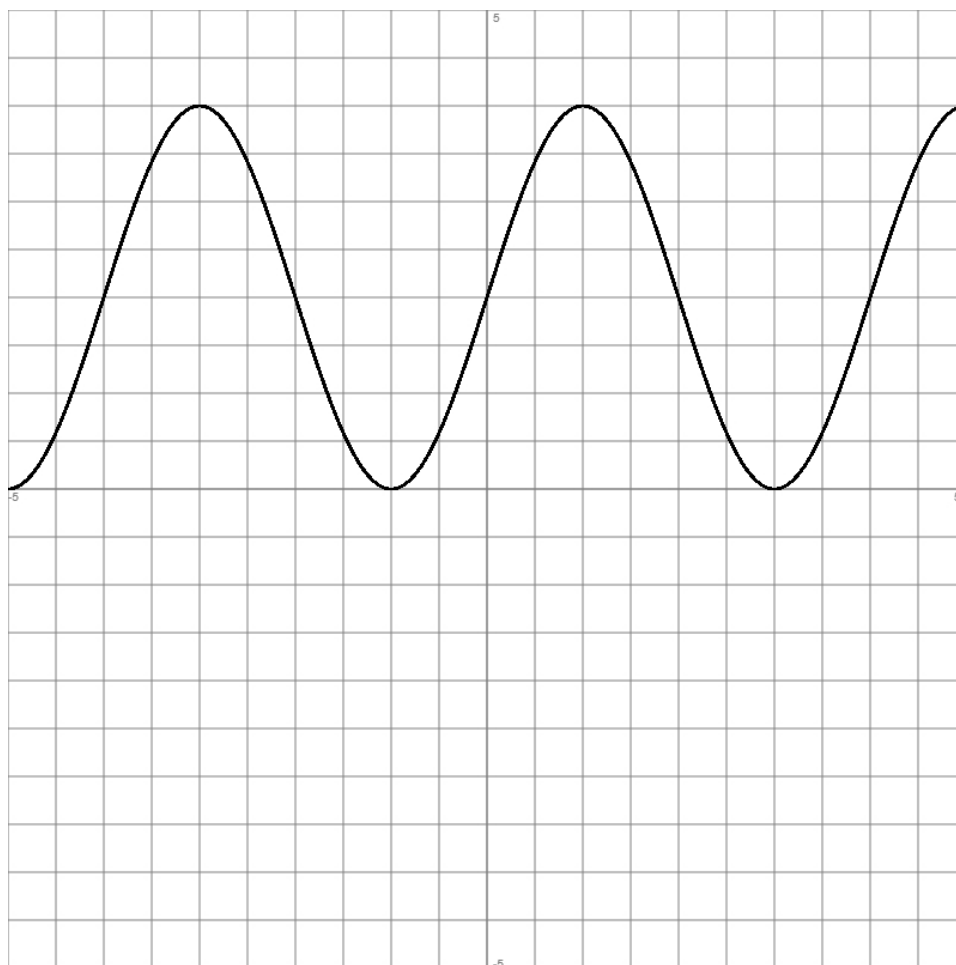
Mathematik-Abiturprüfung

> Analysis VII

Einleitung: Die Mathematik-Abiturprüfung für (allgemein bildende, berufliche) Gymnasien beinhaltet die Themenbereiche Analysis, analytische Geometrie bzw. Matrizenrechnung und Wahrscheinlichkeitsrechnung, jeweils gegliedert in Aufgaben ohne und mit Hilfsmitteln (wissenschaftlicher Taschenrechner, Merkhilfe/Formelsammlung). Im Bereich der Analysis betreffen die Aufgaben Themen wie Gleichungslehre, ganz und gebrochen rationale, natürliche Exponential- und trigonometrische Funktionen, Differentiation und Integration, grafisches Auf- und Ableiten, Modellierung (einschließlich Extremwertaufgaben), Parameterfunktionen.

Nachstehend findet sich eine Aufgabe zum mündlichen Abitur (Nebenaufgabe: Analysis).

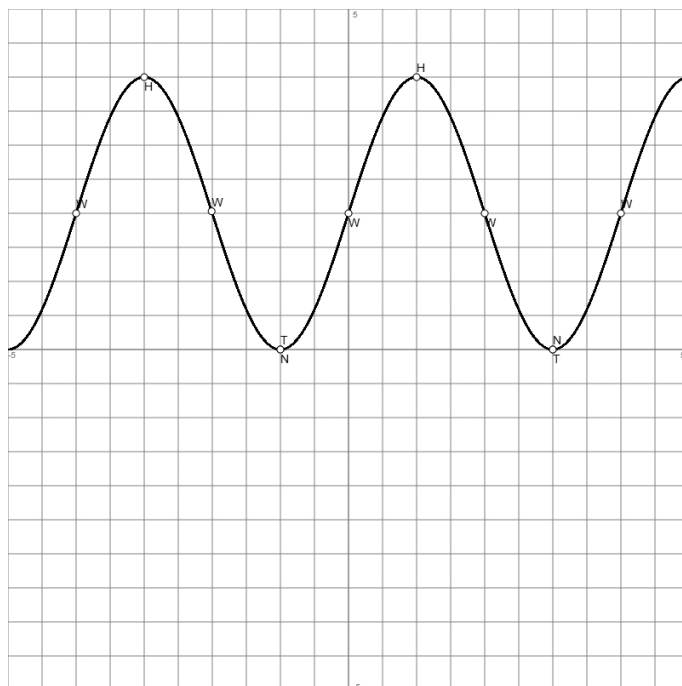
Aufgabe (mit Hilfsmitteln): Der Graph einer Sinusfunktion $f(x)$ ist nachstehend abgebildet:



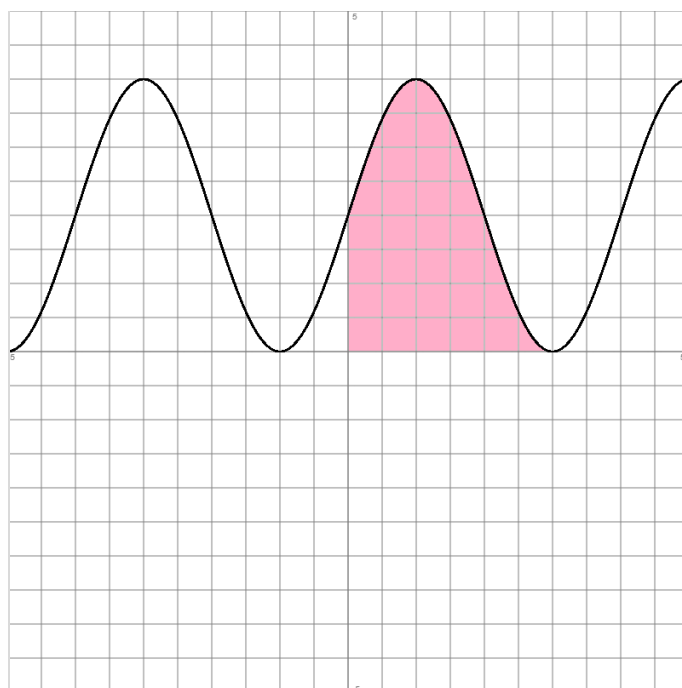
- Stelle dar, dass es sich bei der Sinusfunktion um die Funktion $f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 2$ handelt.
- Wo liegen die Nullstellen, Hoch- und Tiefpunkte sowie Wendepunkte der Funktion $f(x)$ im Intervall $[-5; 5]$.
- Erläutere, wie der Inhalt der Fläche zwischen Funktion und Koordinatenachsen im 1. Quadranten des Koordinatensystems berechnet werden kann.

Lösungen: a) Ansatz: $f(x) = a \cdot \sin(bx) + c$ mit: Mittellinie (Verschiebung entlang der y-Achse) $c = (y_{\text{Hochpunkt}} + y_{\text{Tiefpunkt}})/2 = (4+0)/2 = 2$, Amplitude $a = y_{\text{Hochpunkt}} - c = 4 - 2 = 2$, Periode $p = x_{\text{Hochpunkt},2} - x_{\text{Hochpunkt},1} = 1 - (-3) = 4 \Rightarrow b = 2\pi/p = \pi/2 \rightarrow$ Ergebnis: $f(x) = 2 \cdot \sin(\pi x/2) + 2$.

b) Nullstellen als Tiefpunkte auf x-Achse: N/T(-5|0), N/T(-1|0), N/T(3|0), Hochpunkte auf Gerade $y=4$: H(-3|4), H(1|4), H(5|4), Wendepunkte auf Mittellinie $y=2$: W(-4|2), W(-2|2), W(0|2), W(2|2), W(4|2), dies alles gemäß:



c) Funktion, Stammfunktion: $f(x)$, $F(x)$, Integrationsgrenzen $x=0$ (y-Achse), $x=3$ (x-Achse) $\rightarrow$ Flächeninhalt $A = \int_0^3 f(x) dx = [F(x)]_0^3 = [-4 \cos(\pi x/2)/\pi + 2x]_0^3 = 6 + 4/\pi = 7,2732$ FE.



(FE = Flächeneinheiten)