

Mathematik-Abiturprüfung

> Wahrscheinlichkeitsrechnung II

Einleitung: Die (schriftliche, mündliche) Mathematik-Abiturprüfung für (allgemein bildende, berufliche) Gymnasien beinhaltet die Themenbereiche Analysis, analytische Geometrie und Wahrscheinlichkeitsrechnung, jeweils gegliedert in Aufgaben ohne und mit Hilfsmitteln (wissenschaftlicher Taschenrechner, Merkhilfe/Formelsammlung). Im Bereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung betreffen die Aufgaben Themen wie Baumdiagramme und Erwartungswert, Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung, Normalverteilung.

Nachstehend findet sich eine Aufgabe zum mündlichen Abitur (Hauptaufgabe: Wahrscheinlichkeitsrechnung).

Aufgabe (mit Hilfsmitteln): Das Gewicht von Äpfeln der Sorte „Hannah Lisa“ ist normalverteilt mit Erwartungswert 180 Gramm und Standardabweichung 44,4 Gramm.

a) Die Dichtefunktion der normalverteilten Zufallsgröße X ist eine Gaußsche Glockenkurve. Skizziere die Funktion.

b) Ein Apfel der Sorte „Hannah Lisa“ kommt nur dann in den Verkauf, wenn sein Gewicht mindestens 150 Gramm beträgt. Berechne die dazugehörige Wahrscheinlichkeit. Verorte die Wahrscheinlichkeit in der Funktionsskizze.

Eine Obstkiste enthält 60 Äpfel der Sorte „Hannah Lisa“.

c) Erläutere und berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass höchstens ein Sechstel der Äpfel wegen Nichterreichen des Mindestgewichts aussortiert werden müssen. Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung der zugrunde liegenden Zufallsgröße Y .

d) Wie viele Äpfel müssen in der Obstkiste vorhanden sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 20 Äpfel aussortiert werden, mehr als 0,1 beträgt.

Lösungen: a) Normalverteilung mit $\mu = 180$, $\sigma = 44,4$, normalverteilte Zufallsgröße $X \rightarrow$ Dichtefunktion mit Hochpunkt $H(180|0,009)$ und Wendepunkten $W(135,6|0,0054)$, $W(224,4|0,0054)$, achsensymmetrisch zu $x=180$.

b) Wahrscheinlichkeit: $p = p(X \geq 150) = 0,75$, als Inhalt der Fläche unter der Dichtefunktion auf dem Intervall $[150; +\infty)$.

c) Bernoulli-Experiment: $n = 60$, $p = 1 - 0,75 = 0,25$, binomialverteilte Zufallsgröße $Y \rightarrow p(Y \leq 10) = 0,0859 = 8,59\%$; Erwartungswert: $\mu = np = 60 \cdot 0,25 = 15$; Standardabweichung: $\sigma = (np(1-p))^{1/2} = \sqrt{11,25} = 3,35$.

d) Umformungen: $p(Y > 20) > 0,1 \Leftrightarrow 1 - p(Y \leq 20) > 0,1 \Leftrightarrow -p(Y \leq 20) > -0,9 \Leftrightarrow p(Y \leq 20) < 0,9$; Auswertung/Tabelle:

n	p(Y≤20)
60	0.94585606
61	0.93627098
62	0.92557543
63	0.91373393
64	0.90072204
65	0.88652726
66	0.87114958
67	0.85460186
68	0.83690988
69	0.81811216
70	0.79825946

$\rightarrow n = 65 \rightarrow$ mindestens 65 Äpfel in der Obstkiste.

www.michael-buhlmann.de / 06.2026 / Mathematik-Abiturprüfung: Wahrscheinlichkeitsrechnung II / Aufgabe 2619