Geraden sind lineare Funktionen vom Typ y = mx + c mit m als Steigung und c als y-Achsenabschnitt. Der y-Achsenabschnittspunkt ist der Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|c)$ (x=0), der Schnittpunkt mit x-Achse ist, falls existent, die Nullstelle N(-c/m|0) (y=0, m≠0). Es ergibt sich als Ableitung: y' = m.

Geraden werden bestimmt durch zwei Punkte, die auf der Geraden liegen, oder durch einen auf der Gerade liegenden Punkt und die Geradensteigung. Es gilt also mit den Punkten $P(x_1|y_1)$ und $Q(x_2|y_2)$ die Zweipunkteform der Geradengleichung:

$$\boxed{\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ oder } y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x-\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}x_1+y_1}$$

mit Geradensteigung als Steigung zwischen den Punkten: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

Mit dem Punkt $P(x_1|y_1)$ und der Geradensteigung m ergibt sich die Punktsteigungsform der Geradengleichung:

$$\boxed{\frac{y-y_1}{x-x_1}=m \text{ oder } y=m(x-x_1)+y_1=mx-mx_1+y_1}$$

Zu einer Geraden g: y = mx + c gehört der Steigungswinkel φ mit:

$$\boxed{\tan\varphi=m\Leftrightarrow\varphi=\tan^{-1}(m)}$$

Zwei Geraden können sich schneiden, parallel oder identisch sein. Es gilt hinsichtlich der Lage der Geraden zueinander:

$$m_1=m_2\Leftrightarrow g\parallel h \text{ (g und h sind parallel)}$$

$$m_1\neq m_2\Leftrightarrow g\cap h\neq\{\} \text{ (g und h schneiden sich)}$$

$$m_1\cdot m_2=-1\Leftrightarrow m_1=-\frac{1}{m_2}\Leftrightarrow m_2=-\frac{1}{m_1}\Leftrightarrow g\perp h$$

(g und h sind zueinander senkrecht)

Schneiden sich die Geraden g: $y = m_1x + c_1$ und h: $y = m_2x + c_2$, so gibt es einen Schnittpunkt und einen Schnittwinkel. Der Schnittpunkt S ist durch Gleichsetzen der Geraden zu ermitteln (lineares Gleichungssystem):

$$m_1x + c_1 = m_2x + c_2 \Rightarrow x=x_S=-\frac{c_2-c_1}{m_2-m_1} \text{ mit } y_S=-\frac{c_2-c_1}{m_2-m_1}m_1+c_1=-\frac{c_2-c_1}{m_2-m_1}m_2+c_2$$

und mit $S(x_S|y_S)$ als Schnittpunkt. Der Schnittwinkel zwischen den Geraden errechnet sich als:

$$\tan\varphi=\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right|\Leftrightarrow\varphi=\tan^{-1}\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right|$$

Der Abstand zwischen zwei parallelen Geraden g: $y = mx + c_1$ und h: $y = mx + c_2$ ermittelt sich mit Hilfe des Steigungswinkels $\varphi = \tan^{-1}(m)$ zu:

$$d=|c_2-c_1|\cos\varphi$$

Eine zu einer Geraden g: $y = mx + c_1$ parallele Gerade h: $y = mx + c_2$ durch einen Punkt $P(x_1|y_1)$ lautet:

$$y=m(x-x_1)+y_1=mx-mx_1+y_1$$

Die zu g: $y = m_1x + c_1$ senkrechte Gerade h: $y = m_2x + c_2$ durch einen Punkt $P(x_1|y_1)$ ergibt sich vermöge $m_2=-1/m_1$ zu:

$$y=m_2(x-x_1)+y_1=-\frac{1}{m_1}x+\frac{x_1}{m_1}+y_1.$$

Tangenten sind Geraden t: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ bzw. t: $y=f'(u)(x-u)+f(u)$ an eine Funktion f(x) in einem Punkt $B(x_0|f(x_0)) = B(u|f(u))$, dem sog. Berührpunkt.

Normalen sind Geraden n: $y=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)+f(x_0)$ bzw. n: $y=-\frac{1}{f'(u)}(x-u)+f(u)$ senkrecht zu einer Funktion f(x) in einem Punkt $B(x_0|f(x_0)) = B(u|f(u))$.

Michael Buhlmann, 03.2012