

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Mittlere Änderungsrate

Aufgabe: Berechne für das Intervall $[-1; 2]$ die mittlere Änderungsrate der Parabelfunktion:

$$f(x) = x^2 - 4x.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Liegen die Punkte P und Q auf einer Funktion $f: D_f \rightarrow \mathbf{R}$, gilt also: $P(x_1|f(x_1))$ und $Q(x_2|f(x_2))$, so wird der Differenzenquotient zur mittleren (durchschnittlichen) Änderungsrate der Funktion auf dem Intervall $[x_1; x_2] \subset D_f$:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (\text{mittlere Änderungsrate}).$$

Die mittlere Änderungsrate ist also über den Differenzenquotienten aus den x- und y-Werten der Punkte P und Q zu berechnen. Sie gibt die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[x_1; x_2]$ an.

II. Zum Intervall $[-1; 2]$ gehören die Punkte $P(-1|f(-1))$ und $Q(2|f(2))$ der Intervallgrenzen mit:

$$f(x) = x^2 - 4x \rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) = 1 + 4 = 5, \quad f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 = 4 - 8 = -4,$$

also: $P(-1|5)$, $Q(2|-4)$. Die mittlere Änderungsrate ergibt sich als Differenzenquotient:

$$m = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = \frac{-4 - 5}{2 - (-1)} = \frac{-9}{3} = -3.$$

Die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = x^2 - 4x$ hat also auf dem Intervall $[-1; 2]$ den Wert -3.

