

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Mittlere Änderungsrate

Aufgabe: Berechne für das Intervall $[1; 6]$ die mittlere Änderungsrate der Hyperbelfunktion:

$$f(x) = -\frac{3}{x}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Liegen die Punkte P und Q auf einer Funktion $f: D_f \rightarrow \mathbf{R}$, gilt also: $P(x_1|f(x_1))$ und $Q(x_2|f(x_2))$, so wird der Differenzenquotient zur mittleren (durchschnittlichen) Änderungsrate der Funktion auf dem Intervall $[x_1; x_2] \subseteq D_f$:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (\text{mittlere Änderungsrate}).$$

Die mittlere Änderungsrate ist also über den Differenzenquotienten aus den x- und y-Werten der Punkte P und Q zu berechnen. Sie gibt die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[x_1; x_2]$ an.

II. Zum Intervall $[1; 6]$ gehören die Punkte $P(1|f(1))$ und $Q(6|f(6))$ der Intervallgrenzen mit:

$$f(x) = -\frac{3}{x} \rightarrow f(1) = -3/1 = -3, f(6) = -3/6 = -0,5,$$

also: $P(1|-3)$, $Q(6|-0,5)$. Die mittlere Änderungsrate ergibt sich als Differenzenquotient:

$$m = \frac{f(6) - f(1)}{6 - 1} = \frac{-0,5 - (-3)}{6 - 1} = \frac{-0,5 + 3}{6 - 1} = \frac{2,5}{5} = 0,5.$$

Die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = -\frac{3}{x}$ hat also auf dem Intervall $[1; 6]$ den Zahlenwert 0,5.

