

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Mittlere Änderungsrate

Aufgabe: Berechne für das Intervall $[-2; 2]$ die mittlere Änderungsrate der Polynomfunktion:

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Liegen die Punkte P und Q auf einer Funktion $f: D_f \rightarrow \mathbf{R}$, gilt also: $P(x_1|f(x_1))$ und $Q(x_2|f(x_2))$, so wird der Differenzenquotient zur mittleren (durchschnittlichen) Änderungsrate der Funktion auf dem Intervall $[x_1; x_2] \subseteq D_f$:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \text{ (mittlere Änderungsrate).}$$

Die mittlere Änderungsrate ist also über den Differenzenquotienten aus den x- und y-Werten der Punkte P und Q zu berechnen. Sie gibt die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[x_1; x_2]$ an.

II. Zum Intervall $[-2; 2]$ gehören die Punkte $P(-2|f(-2))$ und $Q(2|f(2))$ der Intervallgrenzen mit:

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2 \rightarrow f(-2) = 0,125 \cdot (-2)^3 - (-2)^2 = -1 - 4 = -5, f(2) = 0,125 \cdot 2^3 - 2^2 = 1 - 4 = -3,$$

also: $P(-2|-5)$, $Q(2|-3)$. Die mittlere Änderungsrate ergibt sich als Differenzenquotient:

$$m = \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = \frac{-3 - (-5)}{2 - (-2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2$ hat also auf dem Intervall $[-2; 2]$ den Wert 0,5.

