

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Mittlere Änderungsrate

Aufgabe: Berechne für das Intervall $[0; 4]$ die mittlere Änderungsrate der Polynomfunktion:

$$f(x) = \frac{1}{4} e^{0,5x}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Liegen die Punkte P und Q auf einer Funktion $f: D_f \rightarrow \mathbf{R}$, gilt also: $P(x_1|f(x_1))$ und $Q(x_2|f(x_2))$, so wird der Differenzenquotient zur mittleren (durchschnittlichen) Änderungsrate der Funktion auf dem Intervall $[x_1; x_2] \subseteq D_f$:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \text{ (mittlere Änderungsrate).}$$

Die mittlere Änderungsrate ist also über den Differenzenquotienten aus den x- und y-Werten der Punkte P und Q zu berechnen. Sie gibt die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x)$ auf dem Intervall $[x_1; x_2]$ an.

II. Zum Intervall $[0; 4]$ gehören die Punkte $P(0|f(0))$ und $Q(4|f(4))$ der Intervallgrenzen mit:

$$f(x) = \frac{1}{4} e^{0,5x} \rightarrow f(0) = 0,25 \cdot e^0 = 0,25 = 1/4, f(4) = 0,25 \cdot e^2 = 0,25 \cdot e^2 = e^2/4,$$

also: $P(0|1/4)$, $Q(4|e^2/4)$. Die mittlere Änderungsrate ergibt sich als Differenzenquotient:

$$m = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{e^2/4 - 1/4}{4 - 0} = \frac{e^2 - 1}{16} \approx 0,3993.$$

Die durchschnittliche Steigung der Funktion $f(x) = \frac{1}{4} e^{0,5x}$ hat also auf dem Intervall $[0; 4]$ den Wert 0,3993.

