

# Mathematikaufgaben

## > Analysis

## > Integration

---

**Aufgabe:** Bestimme zur Funktion  $f(x)$  mit:

$$f(x) = \frac{5}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^{-1} + \frac{2}{3x^4}.$$

eine Stammfunktion  $F(x)$ .

**Lösung:** I. Wir benutzen für das Aufleiten des Funktionsterms die folgenden Integrationsregeln:

$$\int (u(x) + v(x))dx = \int u(x)dx + \int v(x)dx \quad (\text{Summenregel})$$

$$\int (ku(x))dx = k \int u(x)dx \quad (\text{multiplikative Konstante})$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (\text{Potenzregel, } n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| \quad (\text{Potenzregel}).$$

II. Wir formen für Anwendung der Potenzregel beim Integrieren die Funktion noch etwas um:

$$f(x) = \frac{5}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^{-1} + \frac{2}{3x^4} = \frac{5}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^{-1} + \frac{2}{3}x^{-4},$$

erhalten für  $f(x)$  eine Summe von Potenzen und leiten die Funktion  $f(x) = \frac{5}{2}x^2 - \frac{4}{3}x^{-1} + \frac{2}{3}x^{-4}$  auf, indem wir Summen-, Faktor- und Potenzregel verwenden, d.h. es ergibt sich – unter Beachtung der Integration von Potenzen mit Exponenten  $-1$  – als Stammfunktion  $F(x)$ :

$$F(x) = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3} x^3 - \frac{4}{3} \ln|x| + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{-3} x^{-3} = \frac{5}{6} x^3 - \frac{4}{3} \ln|x| - \frac{2}{9} x^{-3},$$

also:

$$F(x) = \frac{5}{6} x^3 - \frac{4}{3} \ln|x| - \frac{2}{9x^3}.$$