Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Integration

Aufgabe: Bestimme zur Funktion f(x) mit:

$$f(x) = \frac{x^2}{6}$$

die Stammfunktion F(x), die die Funktion h(x) = 14,5 – x^2 an der Stelle x = 3 schneidet.

Lösung: I. Wir benutzen für das Aufleiten des Funktionsterms die folgenden Integrationsregeln:

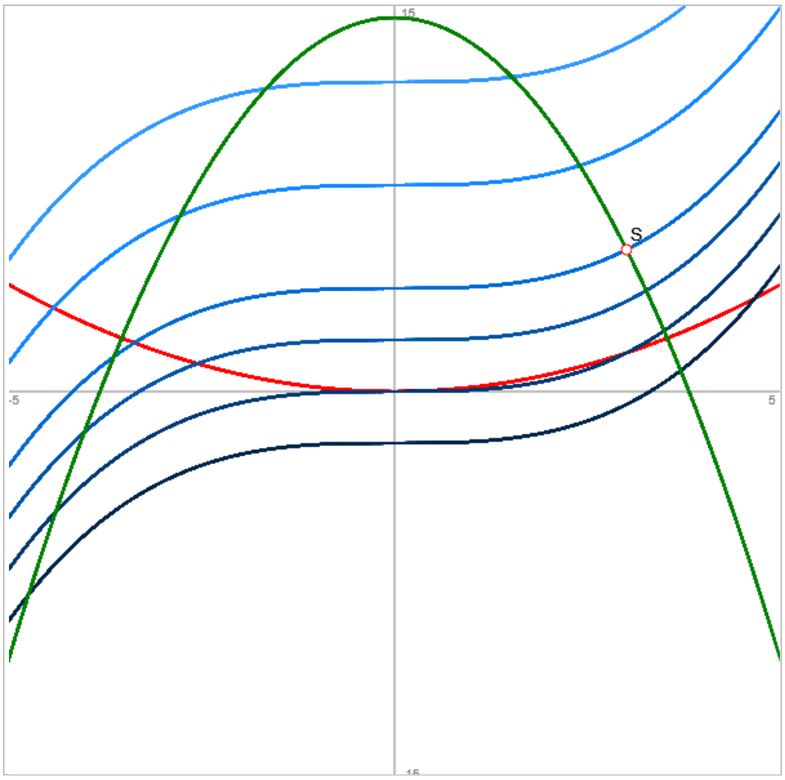
$$\int (u(x)+v(x))dx = \int u(x)dx + \int v(x)dx \text{ (Summenregel)}$$

$$\int (ku(x))dx = k\int u(x)dx \text{ (multiplikative Konstante)}$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} \text{ (Potenzregel, n≠-1).}$$

II. Wir leiten die Funktion $f(x) = \frac{x^2}{6} = \frac{1}{6}x^2$ auf, indem wir Summen-, Faktor- und Potenzregel verwenden, d.h. es ergibt sich – unter Beachtung der Integrationskonstante C – als (Menge von) Stammfunktion(en) F(x):

$F(x) = \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}x^3 + C = \frac{1}{18}x^3 + C.$



Funktion f(x), Stammfunktionen F(x) (C=-2; 0; 2; 4; 8; 12),
Funktion h(x), Schnittpunkt S

III. Zur Bestimmung der Integrationskonstanten C liegt gemäß der Aufgabenstellung ein Schnittpunkt der Funktion h(x) mit der zu errechnenden Stammfunktion F(x) an der Stelle x = 3 vor, d.h. es ist: S(3|h(3)) = (3|5,5) wegen h(3) = 14,5 – 3^2 = 14,5 – 9 = 5,5. Wir setzen den Punkt S(3|5,5) in die allgemeine Funktionsgleichung der Stammfunktionen ein. Es gilt damit:

S(3|5,5): F(3) = $\frac{1}{18} \cdot 3^3 + C = \frac{27}{18} + C = \frac{3}{2} + C$ = 1,5 + C = 5,5,

woraus folgt:

C = 4.

Die gesuchte Stammfunktion F(x), deren Kurve im x-y-Koordinatensystem die Funktion h(x) im Schnittpunkt S(3|5,5) schneidet, lautet damit:

$$F(x) = \frac{1}{18}x^3 + 4.$$

www.michael-buhlmann.de / 04.2020 / Aufgabe 1019