Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Funktionen
> Berührpunkte

Aufgabe: Zeige, dass sich die beiden Parabeln:

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 4$$
$$g(x) = x^2 + x - 8$$

im Punkt B(2|-2) berühren.

Lösung: I. Ein Schnittpunkt $S(x_0|f(x_0)) = (x_0|g(x_0))$ ist ein <u>Berührpunkt</u>, wenn neben der Bedingung:

$$f(x_0) = g(x_0)$$

zusätzlich die Beziehung:

$$f'(x_0) = g'(x_0)$$

erfüllt ist mit den 1. Ableitungen f'(x) und g'(x) der Funktionen f(x) und g(x).

II. Der Punkt B(2|-2) ist vorgegeben, so dass nur die Bedingungen:

$f(2) = g(2)$
$f'(2) = g'(2)$

zu überprüfen sind. Dazu bilden wir noch die 1. Ableitungen der beiden Funktionen f(x) und g(x) als:

$f(x) = 2x^2 - 3x - 4 \Rightarrow f'(x) = 4x - 3$
$g(x) = x^2 + x - 8 \Rightarrow g'(x) = 2x + 1.$

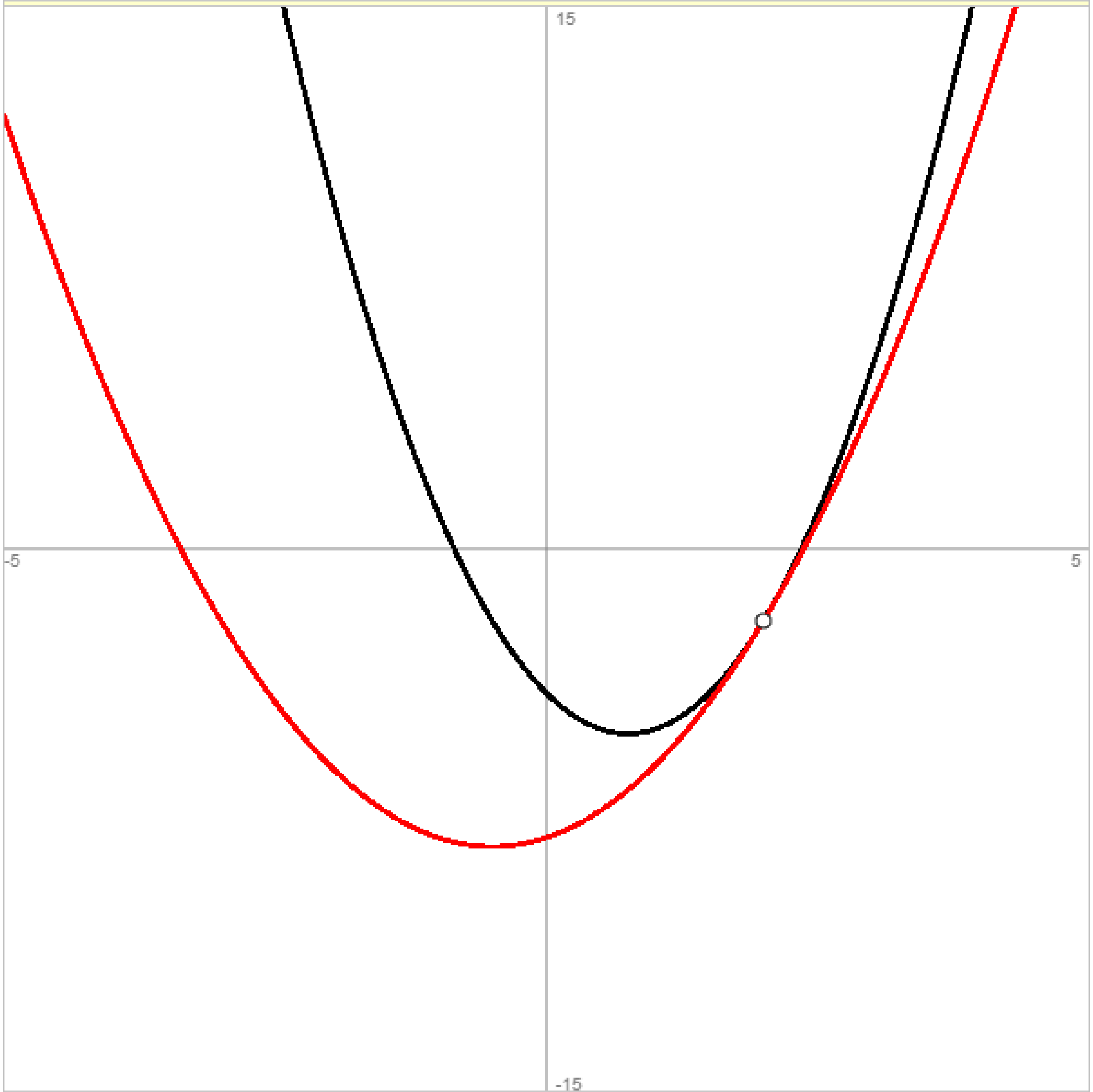
Einsetzen der Stelle x = 2 sowohl in die Funktionen als auch in deren Ableitungen führt auf:

$f(2) = 2\cdot 2^2 - 3\cdot 2 - 4 = 8 - 6 - 4 = -2$
$g(2) = 2^2 + 2 - 8 = 4 + 2 - 8 = -2$
$\Rightarrow f(2) = g(2)$

$f'(2) = 4\cdot 2 - 3 = 8 - 3 = 5$
$g'(2) = 2\cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$
$\Rightarrow f'(2) = g'(2),$

womit der Punkt B(2|-2) in der Tat als Berührpunkt der beiden Parabeln f(x) und g(x) nachgewiesen ist (siehe auch die Abbildung).

Wertetabelle:		
x	**f(x)=g(x)**	**Schnittpunkte**
2	-2	(1) Berührpunkt S(2|-2), Schnittwinkel = 0°



Funktion: f(x) = 2*x*x-3*x-4

Funktion: g(x) = x*x+x-8

www.michael-buhlmann.de / 01.2021 / Aufgabe 1286