

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmungsaufgabe

Aufgabe: Der Graph einer zum Ursprung des x-y-Koordinatensystems punktsymmetrischen ganz rationalen Funktion 5. Grades verläuft durch die Punkte P(-2|-4), Q(1|0,5) und R(4|392). Wie lautet die Funktionsgleichung?

Lösung: I. Ganz rationale Funktion: Ansatz: $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$

Punktsymmetrie zum Ursprung O(0|0): Ansatz: $f(x) = ax^5 + cx^3 + ex$

Eigenschaften:

(1) Punkt: P(-2|-4): $f(-2) = -4 \rightarrow$ Gleichung: $a \cdot (-2)^5 + c \cdot (-2)^3 + e \cdot (-2) = -4$

(2) Punkt: Q(1|0,5): $f(1) = 0.5 \rightarrow$ Gleichung: $a \cdot 1^5 + c \cdot 1^3 + e \cdot 1 = 0.5$

(3) Punkt: R(4|392): $f(4) = 392 \rightarrow$ Gleichung: $a \cdot 4^5 + c \cdot 4^3 + e \cdot 4 = 392$

II. Koeffizientenbestimmung: 3x3-Gleichungssystem (Dreiecksgestalt)

Lineares Gleichungssystem:

$$- 32a - 8c - 2e = -4$$

$$+ 1a + 1c + 1e = 0.5$$

$$+ 1024a + 64c + 4e = 392$$

Anfangstableau:

$$\begin{array}{ccc|c} -32 & -8 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 0.5 \\ 1024 & 64 & 4 & 392 \end{array}$$

1. Schritt: $32 \cdot (2) + 1 \cdot (1) / 1 \cdot (3) + 32 \cdot (1) /$

$$\begin{array}{ccc|c} -32 & -8 & -2 & -4 \\ 0 & 24 & 30 & 12 \\ 0 & -192 & -60 & 264 \end{array}$$

2. Schritt: $1 \cdot (3) + 8 \cdot (2) /$

$$\begin{array}{ccc|c} -32 & -8 & -2 & -4 \\ 0 & 24 & 30 & 12 \\ 0 & 0 & 180 & 360 \end{array}$$

Dreiecksgestalt des linearen Gleichungssystems:

$$- 32a - 8c - 2e = -4$$

$$+ 24c + 30e = 12$$

$$+ 180e = 360$$

Lösungen des linearen Gleichungssystems:

$$e = 2$$

$$c = -2$$

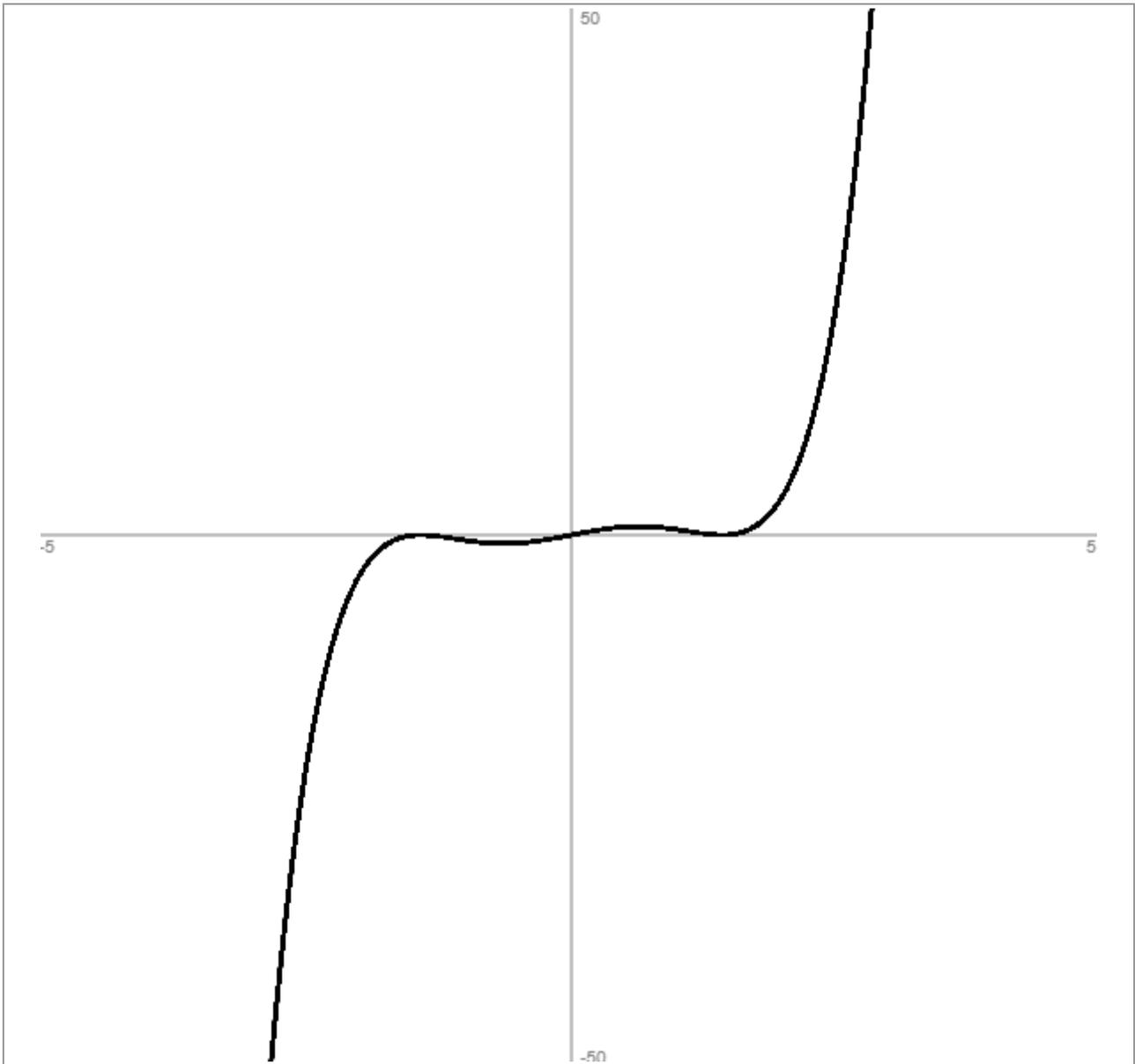
$$a = 0.5$$

III. Funktion: $f(x) = 0.5x^5 - 2x^3 + 2x$

IV. Wertetabelle, Graph: $f(x) = 0.5x^5 - 2x^3 + 2x$; $f'(x) = 2.5x^4 - 6x^2 + 2$; $f''(x) = 10x^3 - 12x$; $f'''(x) = 30x^2 - 12$

Wertetabelle:					
x	f(x)	f'(x)	f''(x)	f'''(x)	Besondere Kurvenpunkte
-1.41	-0.0001	-0.0472	-11.1122	47.643	Hochpunkt H(-1.41 0)
-1.09	-0.3593	-1.5996	0.1297	23.643	Wendepunkt W(-1.09 -0.36)
-0.63	-0.8095	0.0124	5.0595	-0.093	Tiefpunkt T(-0.63 -0.81)
0	0	2	0	-12	Nullstelle N(0 0) = Schnittpunkt $S_y(0 0)$ = Wendepunkt W(0 0)
0.64	0.8094	-0.0382	-5.0586	0.288	Hochpunkt H(0.64 0.81)
1.1	0.3433	-1.5998	0.11	24.3	Wendepunkt W(1.1 0.34)
1.42	0.0002	0.0663	11.5929	48.492	Tiefpunkt T(1.42 0)

Graph:



www.michael-buhlmann.de / 01.2021 / Aufgabe 1262