Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Differenzialgleichungen
> Trennung der Variablen

Aufgabe: Löse die Differenzialgleichung:

$$y' = \frac{e^x}{2y}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt: Eine Differenzialgleichung der Form:

$$y'(x) = f(x) \cdot g(y)$$

ist vermöge der unbestimmten Integrale:

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx + C$$

mit der Integrationskonstante C allgemein lösbar. Die Integrationskonstante bestimmt sich, falls vorhanden, aus der Anfangsbedingung der Differenzialgleichung y(a) = b, so dass sich in eindeutiger Weise eine spezielle Lösung für die Funktion y(x) ergibt.

II. Wir formen unter Trennung der Variablen wie folgt um:

$y' = \frac{e^x}{2y}$	(Ersetzen: $y' = \frac{dy}{dx}$)
$\frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{2y}$	| ·dx
$dy = \frac{e^x}{2y}dx$	| ·2y
$2ydy = e^x dx$	(Variablen getrennt, Integration)
$\int 2ydy = \int e^x dx + C$	(Integralbestimmung)
$y^2 = e^x + C$	| √
$y = \pm\sqrt{e^x + C}$	

Die gesuchte allgemeine Lösung der Differenzialgleichung ist also:

$$y = \pm\sqrt{e^x + C}.$$

www.michael-buhlmann.de / 06.2015 / Aufgabe 114