Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Flächenintegral

Aufgabe: Die Fläche zwischen der Funktion $f(x)=\frac{5}{2}(x-2)^2$ und den Achsen des x-y-Koordinatensystems ist zu berechnen.

Lösung: I. Als Nullstelle der Funktion f(x) berechnen wir:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{2}(x-2)^2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2=0 \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2$$

Die Nullstelle x = 2 dient als obere Grenze des zu noch bestimmenden Flächenintegrals. Die untere Grenze x = 0 des Integrationsbereichs ist durch die y-Achse gegeben.

II. Aus $f(x)=\frac{5}{2}(x-2)^2=\frac{5}{2}(x^2-4x+4)$ (Verwendung der 2. binomischen Formel) folgt zunächst als Stammfunktion: $F(x)=\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right)$. Wir betrachten dann das bestimmte (Flächen-)Integral:

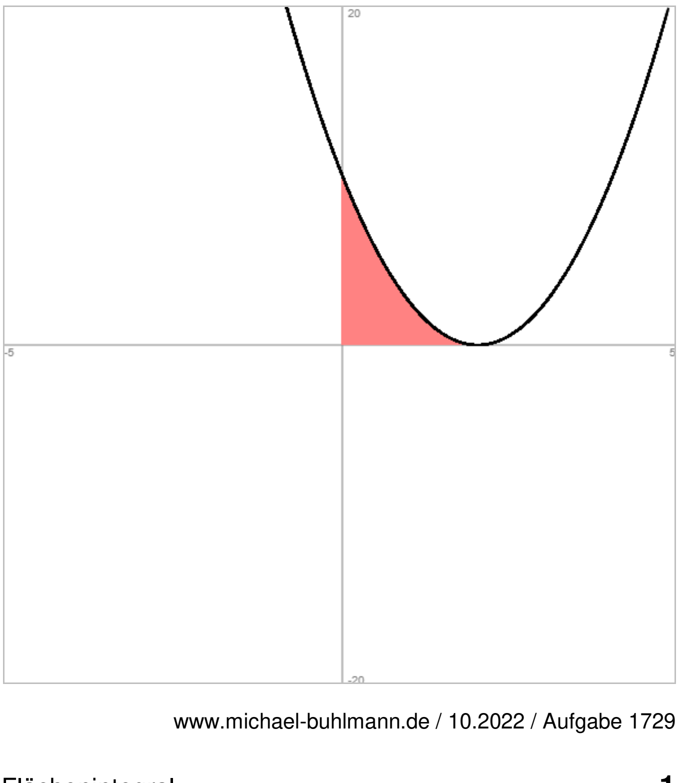
$$\int_0^2 \frac{5}{2}(x-2)^2\,dx=\int_0^2 \frac{5}{2}(x^2-4x+4)dx=\left[\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2+4x\right)\right]_0^2=$$

$$\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}\cdot 2^3-2\cdot 2^2+4\cdot 2\right)-\frac{5}{2}\left(\frac{1}{3}\cdot 0^3-2\cdot 0^2+4\cdot 0\right)=\frac{5}{2}\cdot\frac{8}{3}=\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}.$$

Da das bestimmte Integral positiv ist, ist sein Wert identisch mit dem Flächeninhalt der Fläche zwischen Funktion f(x), x- und y-Achse, also:

A = $6\frac{2}{3}$ FE.

(FE = Flächeneinheiten)



www.michael-buhlmann.de / 10.2022 / Aufgabe 1729