

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Geraden

**Aufgabe:** Bestimme die Gerade h, die senkrecht zur Geraden

$$g: y = \frac{1}{2}(8 - x)$$

steht und durch den Punkt P(-1|-3) verläuft. Wo schneiden sich die beiden, senkrecht zueinander stehenden Geraden?

**Lösung:** I. Allgemein gilt: a) Rechnerisch lässt sich eine zu einer vorgegebenen Geraden  $g: y = mx + b$  senkrechte Gerade  $h: y = m_2x + b_2$  durch einen Punkt  $P(p_1|p_2)$  ermitteln, indem auf Grund der Orthogonalität (Rechtwinkligkeit) zunächst:

$$m_2 = -1/m$$

gilt. Einsetzen des Punktes  $P(p_1|p_2)$  in die Geradengleichung von h:  $y = -x/m + b_2$  ergibt durch Punktprobe ( $x=p_1, y=p_2$ ) und Auflösen der Gleichung nach  $p_2$ :

$$p_2 = -p_1/m + b_2 \Rightarrow b_2 = p_2 + p_1/m,$$

so dass Steigung  $m_2$  und y-Achsenabschnitt  $b_2$  der zu berechnenden Gerade h bestimmt sind.

b) Schnittpunktberechnung: Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen  $g: y = mx + b$  und  $h: y = m_2x + b_2$  bestimmen, also:

$$mx + b = m_2x + b_2 \Rightarrow mx - m_2x = b_2 - b \Rightarrow (m - m_2)x = b_2 - b \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b}{m_2 - m}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = mx_S + b = m_1 \frac{b_2 - b}{m_2 - m} + b = m_2 x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b}{m_2 - m} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann:  $S(x_S|y_S)$ .

II. Zur Geradengleichung  $g: y = \frac{1}{2}(8 - x) = \frac{1}{2} \cdot 8 - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x + 4 = -0,5x + 4$  errechnet sich aus

$m_1 = -0,5$  die noch unbekannt senkrechte Gerade  $h: y = m_2x + b_2$  mit:

$$m_2 = -\frac{1}{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{1} = 2 \text{ (Steigung)}$$

und auf Grund der Punktprobe mit dem Punkt  $P(-1|-3)$ , eingesetzt in  $h: y = 2x + b_2$ :

$$-3 = 2 \cdot (-1) + b_2 \Rightarrow -3 = -2 + b_2 \Rightarrow b_2 = -1 \text{ (y-Achsenabschnitt)}$$

als:  $h: y = 2x - 1$ .

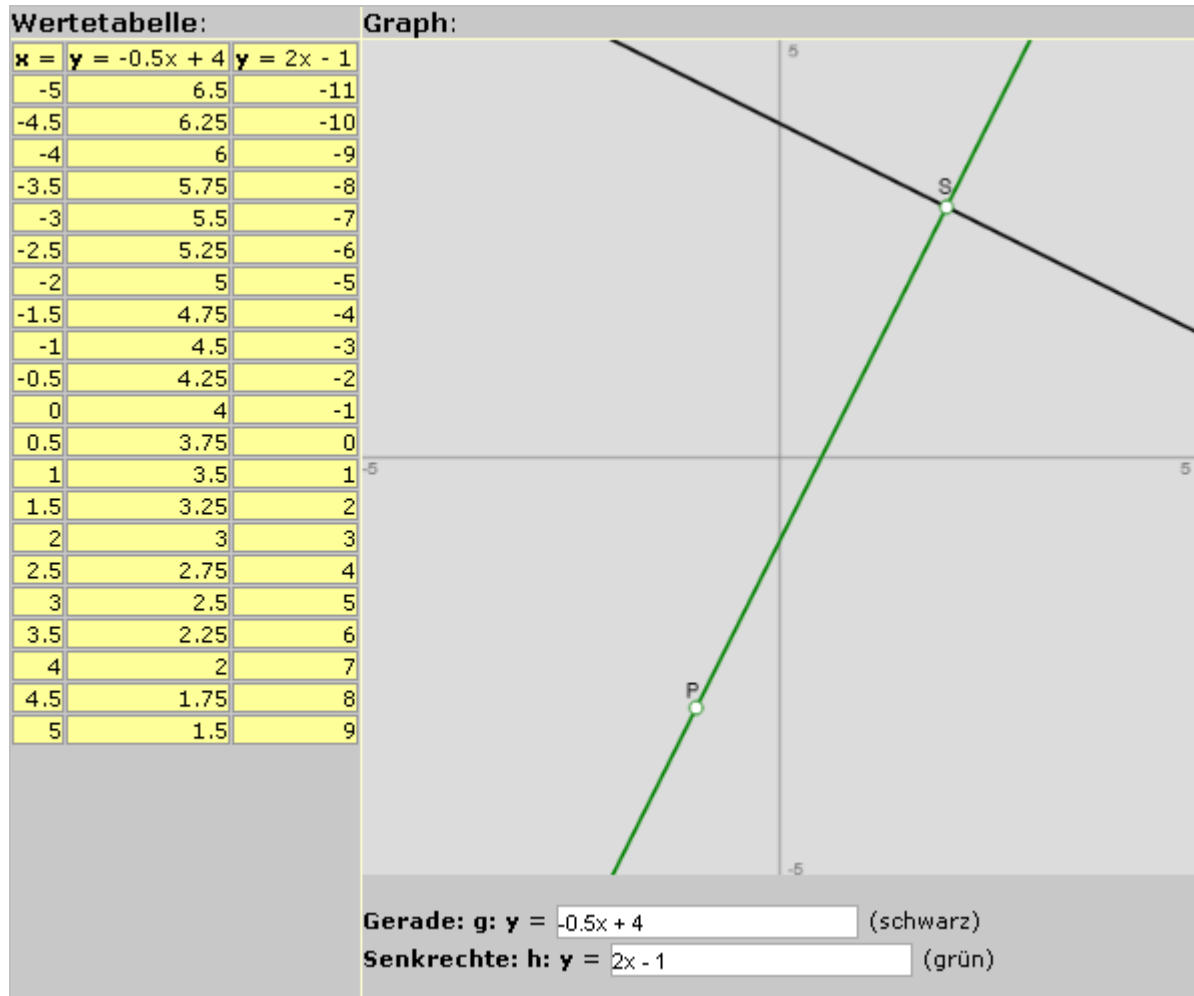
III. Schnittpunktberechnung: Gleichsetzen der Geradengleichungen ergibt:

$$\begin{array}{r} -0,5x + 4 = 2x - 1 \quad | +0,5x \\ 4 = 2,5x - 1 \quad | +1 \\ 5 = 2,5x \quad | :2,5 \\ x = 2. \end{array}$$

Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit:  $x_S = 2$ . Einsetzen von  $x_S=2$  z.B. in die Gerade  $g: y = -0,5x + 4$  ergibt:

$$y_S = -0,5 \cdot 2 + 4 = -1 + 4 = 3,$$

so dass S(2|3) der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.



www.michael-buhlmann.de / 11.2016 / Aufgabe 271