

# Mathematikaufgaben

## > Funktionen

## > Geraden

---

**Aufgabe:** a) Bestimme den Schnittpunkt der Geraden:

$$g: y = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$h: y = 3x + 5$$

rechnerisch.

b) Zeige, dass die beiden Geraden senkrecht aufeinander stehen.

**Lösung:** I. Allgemein gilt: a) Rechnerisch lässt sich der Schnittpunkt zweier Geraden in seiner x-Koordinate durch Gleichsetzen der Geradengleichungen  $g: y = m_1x + b_1$  und  $h: y = m_2x + b_2$  ermitteln, also:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2 \Rightarrow m_1x - m_2x = b_2 - b_1 \Rightarrow (m_1 - m_2)x = b_2 - b_1 \Rightarrow x_S = \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1}.$$

Einsetzen in die Geradengleichung von g oder h ergibt die y-Koordinate des Schnittpunkts, also:

$$y_S = m_1x_S + b_1 = m_1 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_1 = m_2x_S + b_2 = m_2 \frac{b_2 - b_1}{m_2 - m_1} + b_2.$$

Der Schnittpunkt lautet dann:  $S(x_S|y_S)$ .

b) Zum Nachweis der Orthogonalität (Rechtwinkligkeit) zwischen zwei sich schneidenden Geraden  $g: y = m_1x + b_1$  und  $h: y = m_2x + b_2$  ist das Produkt der beiden Steigungen zu berechnen. Dann gilt:

$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow$  Geraden stehen senkrecht aufeinander

$m_1 \cdot m_2 \neq -1 \Rightarrow$  Geraden stehen nicht senkrecht aufeinander.

II. Rechnerisch gehen wir wie folgt vor: Gleichsetzen der Geradengleichungen von  $g: y = -\frac{1}{3}x + 1$

und  $h: y = 3x + 5$  ( $y = y$ ) führt auf die Gleichung und deren Umformungen:

$$\begin{array}{ll} -\frac{1}{3}x + 1 = 3x + 5 & | \cdot 3 \text{ (Multiplikation mit dem Hauptnenner)} \\ -x + 3 = 9x + 15 & | +x \\ 3 = 10x + 15 & | -15 \\ -12 = 10x & | :10 \\ x = -1,2 & \end{array}$$

Die x-Koordinate des Schnittpunktes ist damit:  $x_S = -1,2$ . Einsetzen von  $x_S = -1,2$  z.B. in die Gerade  $h: y = 3x + 5$  ergibt:

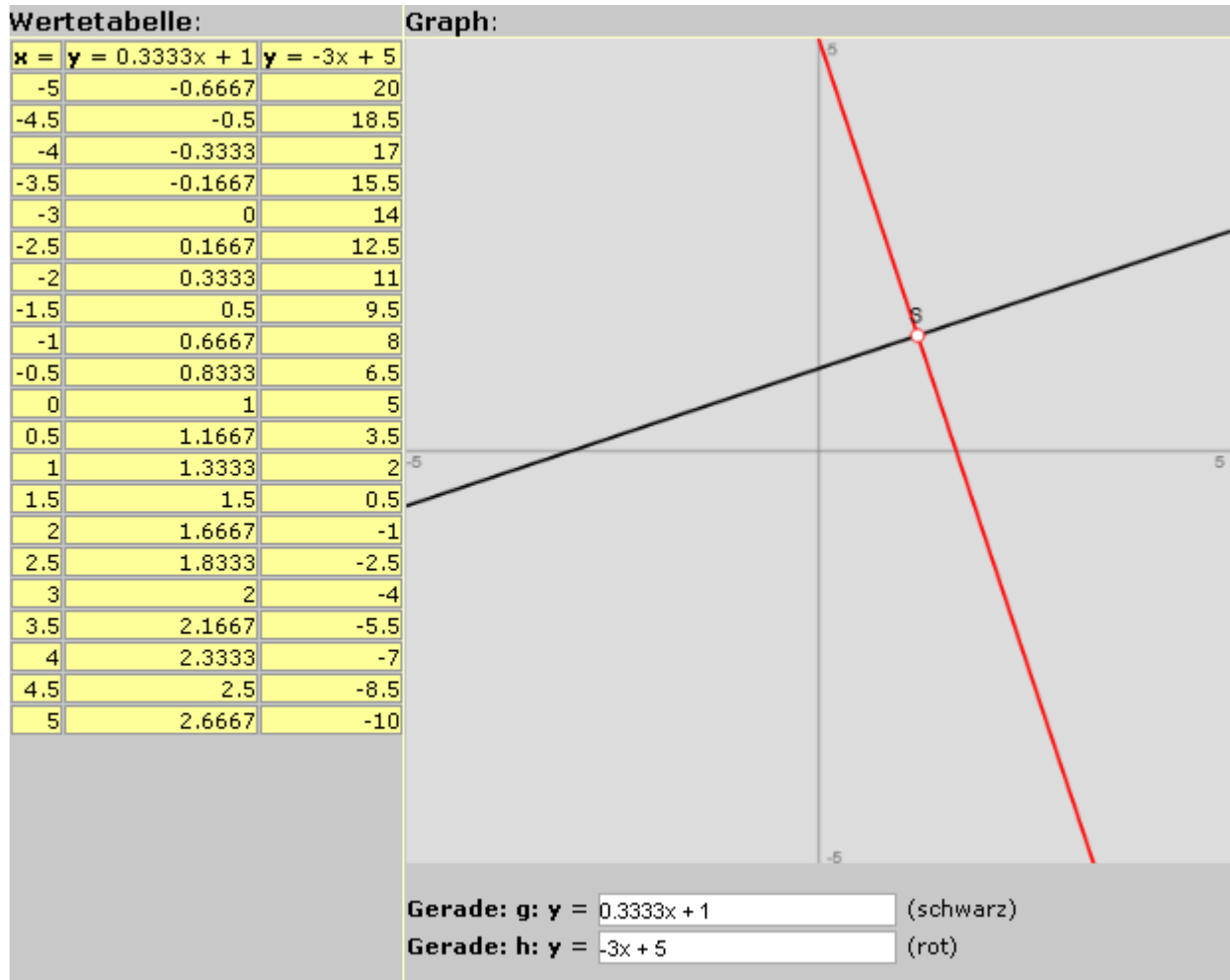
$$y_S = 3 \cdot (-1,2) + 5 = -3,6 + 5 = 1,4,$$

so dass  $S(1,2|1,4)$  der Schnittpunkt der beiden Geraden g und h ist.

III. Orthogonalität: Mit  $m_1 = -1/3$  und  $m_2 = 3$  gilt:

$m_1 \cdot m_2 = -1/3 \cdot 3 = -1 \Rightarrow$  Geraden stehen senkrecht aufeinander.

IV. Wir führen noch Wertetabellen und Graphen der Geraden  $g: y = -\frac{1}{3}x + 1$  und  $h: y = 3x + 5$  an:



www.michael-buhlmann.de / 10.2016 / Aufgabe 272