Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Funktionen
> Geraden

Aufgabe: Zeichne den Graphen der Geraden g: y = $\frac{3}{5}$x in ein rechtwinkliges x-y-Koordinatensystem ein.

1. Lösung: I. Eine Gerade als mathematische Funktion hat den Funktionsterm (Funktionsgleichung, Funktionsvorschrift) y = mx + c, wobei die reelle Zahl c den y-Achsenabschnitt der Gerade, also den Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse darstellt, die reelle Zahl m die Steigung als (x-, y-) Richtung des Graphen im Koordinatensystem. Eine Gerade y = mx (mit c = 0) stellt als proportionale Funktion eine Ursprungsgerade dar, eine Gerade y = mx + c heißt lineare Funktion.
Zur Darstellung des Graphen einer Geraden y = mx + c in einem rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem lässt sich eine Wertetabelle erstellen etwa der Form:

Wertetabelle:										
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y = mx+c	-4m+c	-3m+c	-2m+c	-m+c	c	m+c	2m+c	3m+c	4m+c

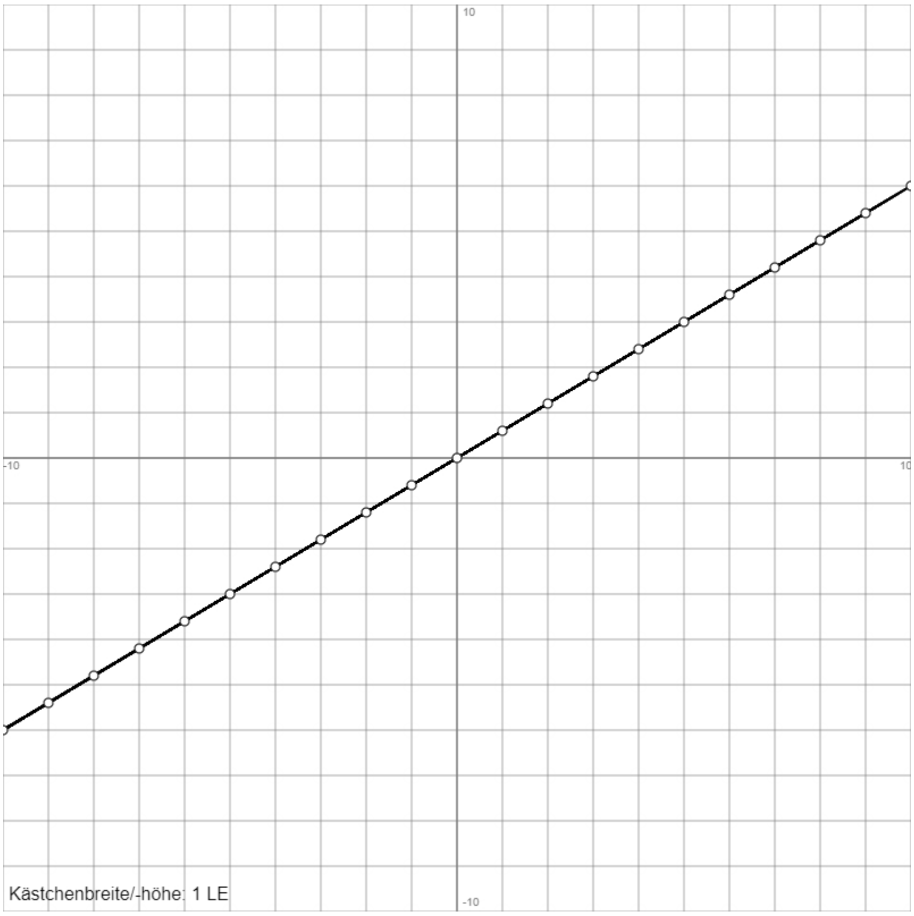
		↰ -m ↵	↰ -m ↵	↰ -m ↵	↰ -m ↵	↳ +m ↱	↳ +m ↱	↳ +m ↱	↳ +m ↱	
(Berechnungsweise)										

Die y-Werte der Tabelle errechnen sich durch Einsetzen der x-Werte x = -4, … x = 4 in die Funktionsgleichung y = mx + c der Geraden oder mit folgender Vorgehensweise: Ausgangspunkt der Wertetabelle ist der x-Wert x = 0, zu dem sich der y-Wert y = c ergibt (y-Achsenabschnitt); geht man in Einerschritten in die positive x-Richtung, so wird von y-Wert zu y-Wert die Zahl m (Steigung) dazu addiert, geht man in die negative Richtung von y-Wert zu y-Wert die Zahl m abgezogen.
Liegt die Wertetabelle vor, so entspricht einer Spalte in der Tabelle einem Punkt im x-y-Koordinatensystem, also: (-4|-4m+c), (-3|-3m+c), … Es brauchen nur zwei Geradenpunkte (etwa einschließlich des y-Achsenabschnittspunktes) in das Koordinatensystem eingetragen zu werden (x-Koordinate des Punktes: nach links/rechts, y-Koordinate des Punktes: nach unten/oben vom Koordinatenursprung aus), denn durch zwei Punkte geht genau eine Gerade. Der Graph der Geraden ist die über die Punkte hinausgehende Verbindung zwischen den Punkten.

II. Zur (Ursprungs-) Geraden y = $\frac{3}{5}$x erstellen wir die <u>Wertetabelle</u>:

Wertetabelle:									
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y = 0,6x	-2.4	-1.8	-1.2	-0.6	0	0.6	1.2	1.8	2.4

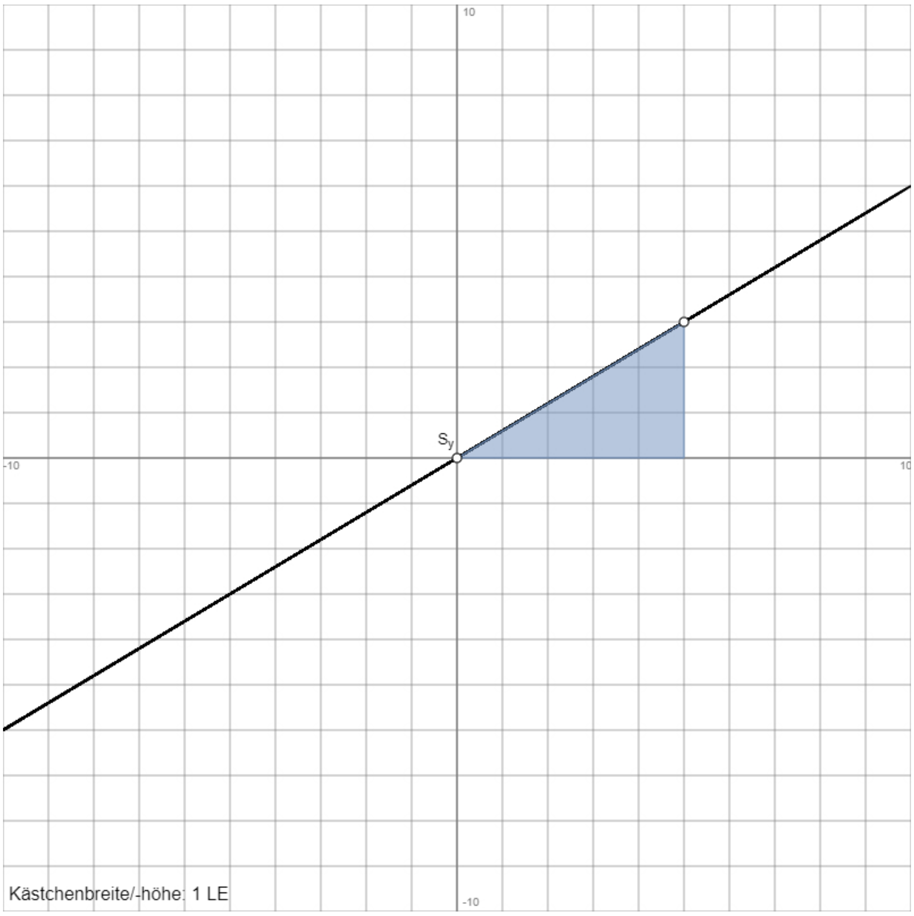
und tragen zwei oder einige der in der Wertetabelle aufgeführten Punkte in das x-y-Koordinatensystem ein. Die die Punkte verbindende Gerade hat dann das Aussehen:



2. Lösung: I. Eine <u>Gerade</u> als mathematische Funktion hat den Funktionsterm (Funktionsgleichung, Funktionsvorschrift) y = mx + c, wobei die reelle Zahl c den y-Achsenabschnitt der Gerade, also den Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse darstellt, die reelle Zahl m die Steigung als (x-, y-) Richtung des Graphen im Koordinatensystem. Eine Gerade y = mx (mit c = 0) stellt als proportionale Funktion eine Ursprungsgerade dar, eine Gerade y = mx + c heißt lineare Funktion.
Zur Darstellung des Graphen einer Geraden y = mx + c in einem rechtwinkligen x-y-Koordinatensystem ist auf die Zahlen m und c zu verweisen. Die Zahl c gibt den Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse an, so dass im x-y-Koordinatensystem im Ursprung (c = 0), auf dem positiven Teil der y-Achse (c > 0) oder auf dem negativen Teil der y-Achse (c < 0) der y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$ einzutragen ist.
Wir verwenden nun noch die Steigung m, die im Fall einer rationalen Zahl m, als Bruch m = p/q (mit p als ganzer, q als natürlicher Zahl) dargestellt werden kann. Der Bruch steht für das sog. Steigungsdreieck der Geraden, d.h. für ein rechtwinkliges Dreieck, das q Längeneinheiten in x-Richtung und p Längeneinheiten in y-Richtung groß ist. Die linke Ecke dieses Dreiecks sei der y-

Achsenabschnittspunkt $S_y(0|c)$. Geht man im x-y-Koordinatensystem vom Punkt $S_y(0|c)$ in horizontaler Richtung q Längeneinheiten nach rechts und in vertikaler Richtung p Längeneinheiten nach oben (m > 0) bzw. nach unten (m < 0), so erhält man den zweiten, oberen bzw. unteren Punkt im Steigungsdreieck, der auch auf dem Graphen der Geraden liegt. Der Graph der Geraden ist die über die beiden Punkte hinausgehende Verbindung zwischen den Punkten.
Angemerkt sei noch, dass wenn die Steigung m eine ganze Zahl ist, diese als Bruch m/1 dargestellt werden kann (mit 1 Längeneinheit in x-Richtung und m Längeneinheiten in y-Richtung nach oben bzw. unten im Steigungsdreieck).

II. Die Gerade $y = \frac{3}{5}x$ hat die Steigung m = 3/5 und als Ursprungsgerade den y-Achsenabschnitt c = 0. Der y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|0) = O(0|0)$ ist der Ursprung des x-y-Koordinatensystems. Den zweiten Geradenpunkt erhalten wir, wenn wir unter Verwendung des Steigungsdreieckes die Steigung m = 3/5 visualisieren. Vom y-Achsenabschnittspunkt $S_y(0|0)$ gehen wir somit im x-y-Koordinatensystem 5 Längeneinheiten nach rechts und 3 Längeneinheiten nach oben. Wir erhalten damit den Graphen der Geraden:



www.michael-buhlmann.de / 01.2022 / Aufgabe 1549