

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Geraden/Parabeln

Aufgabe: Wo schneidet die Gerade $g(x) = -9x + 5$ die Parabel $f(x) = 3x^2 - 15x + 8$?

Lösung: I. Allgemein gilt: Die Schnittpunktberechnung geschieht über das Gleichsetzen der Funktionen: $f(x) = g(x)$ (*) und das Auflösen der Gleichung (*) nach der Variablen x . Sind x_1, \dots somit die Lösungen der Gleichung (*), so ist durch Einsetzen des x -Wertes x_1, \dots in einen (den leichter errechenbaren) Funktionsterm $f(x)$ oder $g(x)$ der y -Wert $f(x_1) = g(x_1) = y_1, \dots$ des Schnittpunkts zu ermitteln, so dass sich als Schnittpunkt $P_1(x_1|y_1), \dots$ ergibt.

II. Wir berechnen durch Gleichungsumformung die x -Koordinaten der zu suchenden Schnittpunkte:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 3x^2 - 15x + 8 &= -9x + 5 && | -5 \\ 3x^2 - 15x + 3 &= -9x && | +9x \\ 3x^2 - 6x + 3 &= 0 && | :3 \\ x^2 - 2x + 1 &= 0 && \text{(abc-Formel: } a = 1, b = -2, c = 1) \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x_1 &= 1 && \text{Lösung: } x_1 = 1 \end{aligned}$$

III. Die y -Koordinate des (somit einzigen) Schnittpunkts lässt sich durch Einsetzen des gefundenen x -Werts $x_1 = 1$ in den Funktionsterm der Geraden ermitteln:

$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = g(1) = -9 \cdot 1 + 5 = -4 \Rightarrow \text{Schnittpunkt } P_1(1|-4)$$

Der Schnittpunkt zwischen Parabel und Gerade lautet damit: $P_1(1|-4)$.

