**Michael Buhlmann**

# Mathematikaufgaben
## > Analysis
## > Bestimmtes Integral

---

**Aufgabe**: Berechne das bestimmte Integral

$$\int_1^4 \frac{2x^2-5+\sqrt{x}}{x}dx\,.$$

**Lösung**: I. Wir bestimmen das zu errechnende Integral mit Hilfe der Summen-, Faktor- und Potenzregel für das Aufleiten:

a) $\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ (Summenregel)

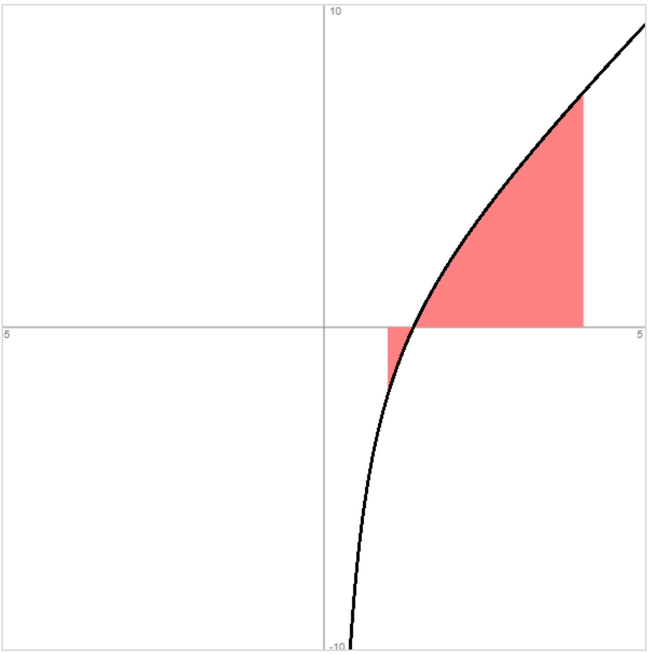
b) $\int rf(x)dx = r\int f(x)dx$ (Faktorregel)

c) $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$ (n ≠ -1), $\int \frac{1}{x}dx = \int x^{-1}dx = \ln|x|$ (Potenzregel).

II. Den Integranden f(x) = $\frac{2x^2-5+\sqrt{x}}{x}$ teilen wir in drei Brüche auf, das bestimmte Integral errechnet sich damit nach den obigen Regeln als:

$$\int_1^4 \frac{2x^2-5+\sqrt{x}}{x}dx = \int_1^4\left(\frac{2x^2}{x}-\frac{5}{x}+\frac{\sqrt{x}}{x}\right)dx = \int_1^4\left(2x-5x^{-1}+x^{-\frac{1}{2}}\right)dx = \left[2\cdot\frac{1}{2}x^2-5\ln|x|+\frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\right]_1^4 =$$

$$\left[x^2-5\ln|x|+2\sqrt{x}\right]_1^4 = \left(4^2-5\ln 4+2\sqrt{4}\right)-\left(1^2-5\ln 1+2\sqrt{1}\right)=(20-5\ln 4)-3=17-5\ln 4\approx 10{,}0685.$$




www.michael-buhlmann.de / 02.2021 / Aufgabe 1304