

Mathematikaufgaben

> Analysis

> Bestimmtes Integral

Aufgabe: Bestimme für die Integralfunktion

$$I(x) = \int_{-\pi}^x |\sin t| dt$$

die Differenz $I(\frac{3}{2}\pi) - I(\pi)$.

Lösung: I. Wir bemerken zunächst, dass der Integrand $f(x) = |\sin x|$ stetig und damit integrierbar ist.

II. Es ergibt sich ein bestimmtes Integral mit:

$$I(\frac{3}{2}\pi) - I(\pi) = \int_{-\pi}^{\frac{3}{2}\pi} |\sin t| dt - \int_{-\pi}^{\pi} |\sin t| dt = \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} |\sin t| dt = \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} (-\sin t) dt = [\cos t]_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} = \cos(\frac{3}{2}\pi) - \cos(\pi) = 0 - (-1) = 1$$

wegen der Additivität des Integrals bzgl. der Integralgrenzen:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx \Leftrightarrow \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_a^b f(x) dx, a \leq b \leq c$$

und wegen: $\sin(x) \leq 0 \Rightarrow f(x) = |\sin(x)| = -\sin(x)$ auf dem Intervall $[\pi; 3\pi/2]$.

