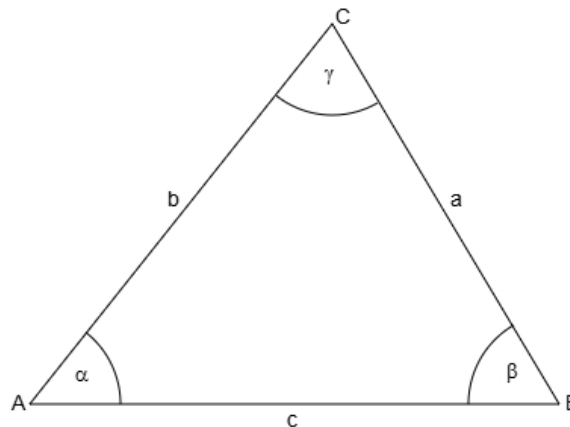


Mathematikaufgaben

> Geometrie

> Kongruenzsätze/Dreieckskonstruktion

Aufgabe: Ein Dreieck ABC besitzt die Seitenlänge $c = 6 \text{ cm}$ sowie die Winkel $\beta = 40^\circ$ und $\gamma = 80^\circ$. Konstruiere aus den vorgegebenen Eigenschaften nach einem geeigneten Kongruenzsatz das Dreieck ABC gemäß der nebenstehenden Planfigur.



Lösung: I. Die Kongruenzsätze sichern die eindeutige Konstruktion eines Dreiecks ABC unter bestimmten geometrischen Voraussetzungen. Dreiecke lassen sich konstruieren

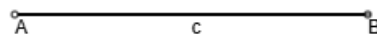
- a) aus drei Seiten (Kongruenzsatz SSS) (wenn die Länge einer Seite die Summe der Längen der zwei anderen Seiten nicht übersteigt)
- b) aus zwei Seiten und einem durch die Seiten eingeschlossenen Winkel (Kongruenzsatz SWS) (bei spitzem, rechten oder stumpfen Winkel)
- c) aus zwei Winkeln und einer durch die Winkel eingeschlossenen Seite (Kongruenzsatz WSW) (wenn der Satz von der Winkelsumme im Dreieck nicht verletzt wird)
- d) aus zwei Seiten und einem Winkel, der nur an einer der vorgegebenen Seite anliegt (Kongruenzsatz SSW) (wobei die Länge der Seite, an der der vorgegebene Winkel nicht anliegt, die Länge der anderen vorgegebenen Seite übersteigt).

II. In einem ebenen Dreieck ABC beträgt die Winkelsumme $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, so dass bei vorgegebenen zwei Winkeln der dritte Winkel berechnet werden kann. Mit den Winkelweiten $\beta = 45^\circ$ und $\gamma = 80^\circ$ ergibt sich damit für den Winkel α :

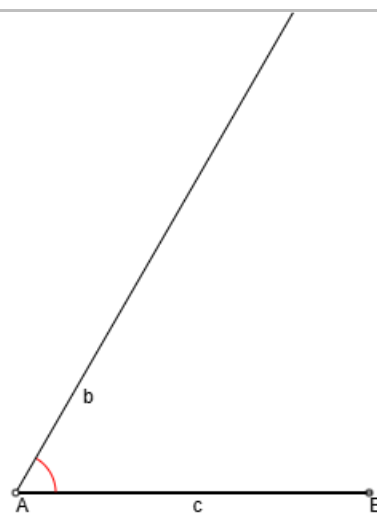
$$\alpha = 180^\circ - \beta - \gamma = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ.$$

Mit der Seitenlänge $c = 6 \text{ cm}$ sowie den Winkeln $\alpha = 60^\circ$ und $\beta = 40^\circ$ liegt aber die Konstruktion des Dreiecks ABC nach dem Kongruenzsatz WSW vor. Die Konstruktion läuft dann wie folgt ab:

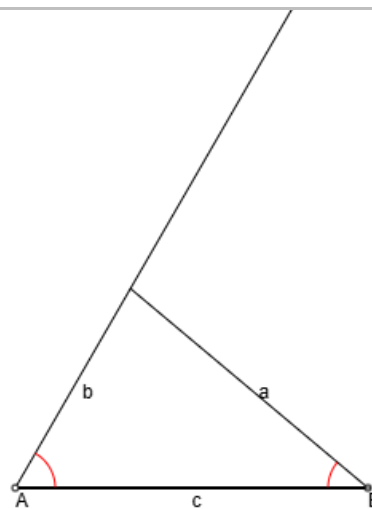
Schritt 1: Zeichne die Dreiecksseite $c = 6\text{ cm}$ zwischen den Ecken A und B des Dreiecks.



Schritt 2: Trage an der Ecke A den Winkel $\alpha = 60^\circ$ ab. (Auf dem Schenkel des Winkels α liegt die Seite b des Dreiecks.)



Schritt 3: Trage an der Ecke B den Winkel $\beta = 40^\circ$ ab. (Auf dem Schenkel des Winkels β liegt die Seite a des Dreiecks.)



Schritt 4: Der Schnittpunkt der Schenkel der Winkel α und β ist die Ecke C des Dreiecks.

