Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Algebra
> Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe: Löse das folgende lineare Gleichungssystem:

$$2x + 4y = 8$$
$$x = -1 + 3y.$$

Lösung: I. Ein <u>lineares Gleichungssystem</u> mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten habe die Form:

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1 \qquad (1)$$
$$a_{21}x + a_{22}y = b_2 \qquad (2)$$

mit den reellen Variablen x, y, den reellen Koeffizienten a_{11}, … a_{22} und reellen Ergebnissen (rechten Seiten) b_1, b_2. Das lineare Gleichungssystem hat dann entweder keine Lösung, eine Lösung oder unendlich viele Lösungen. Zur Bestimmung der Variablen x und y gilt Folgendes:

<u>Gleichsetzungsverfahren</u>: Beide Gleichungen (1) und (2) werden nach derselben Variablen aufgelöst, die zwei Ausdrücke gleichgesetzt, die daraus entstandene Gleichung nach der anderen Variablen aufgelöst, die Lösung in eine der nach der ersten Variablen aufgelösten Gleichung einsetzen, um die zweite Variable zu errechnen.

<u>Einsetzungsverfahren</u>: Eine Gleichung nach einer Variablen auflösen, Variable in die andere Gleichung einsetzen, Lösung dieser Gleichung ermitteln, Lösung in die Gleichung für die aufgelöste Variable einsetzen.

<u>Additionsverfahren</u>: Hier führt die Addition des Vielfachen einer Gleichung zu der anderen (oder deren Vielfachen) zur Elimination einer Variablen. Die zweite Variable kann bestimmt werden, Einsetzen in eine der Ursprungsgleichungen führt zur Bestimmung der anderen Variablen.

II. Wir gehen bzgl. des linearen Gleichungssystems der Aufgabenstellung nach dem <u>Einsetzungsverfahren</u> vor:

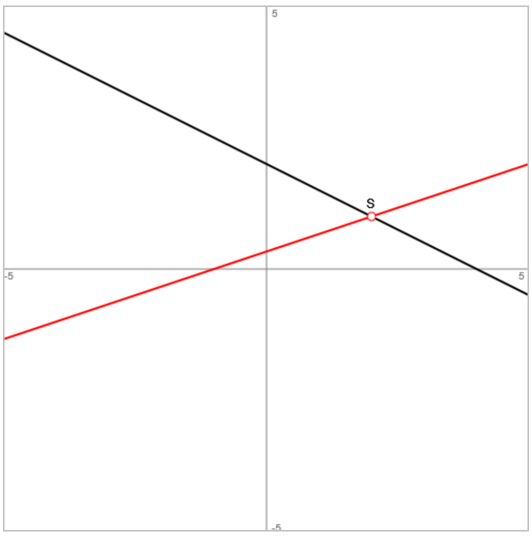
$2x + 4y = 8$	(1)
$x = -1 + 3y$	(2) (Einsetzen von x=-1+3y in Gleichung (1), Klammern setzen)
$2\cdot(-1+3y) + 4y = 8$	(Ausmultiplizieren)
$-2 + 6y + 4y = 8$	| +2
$10y = 10$	| :10
$y = 1$	(Einsetzen von y=1 in Gleichung (2))
$x = -1 + 3\cdot 1 = 2$	

Die Lösung des linearen Gleichungssystems ist damit: x = 2, y = 1, die Lösungsmenge ist: **L** = {(2; 1)}.

III. Im Fall des obigen linearen Gleichungssystems kann dieses in einem x-y-Koordinatensystem identifiziert werden mit zwei sich schneidenden <u>Geraden</u> $y = 2 - 0{,}5x$ und $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (Gleichungen) und Schnittpunkt S(2|1) (Lösung). Die Geradengleichungen ergeben sich dabei gemäß den folgenden Umformungen:

$2x+4y = 8 \Leftrightarrow 4y = 8-2x \Leftrightarrow y = 2-0{,}5x$

$x = -1+3y \Leftrightarrow x+1 = 3y \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.



www.michael-buhlmann.de / 07.2018 / Aufgabe 598