Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Lineare Algebra
> Determinanten

Aufgabe: Bestimme die Determinante der Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Lösung: I. <u>Determinanten</u> von reell besetzten quadratischen *nxn*-Matrizen A sind reelle Zahlen det(A) = |A| von der (rekursiv definierten) Form:

<u>n=2</u>: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & {}_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

<u>n=3</u>: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} = \begin{cases} + a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} \end{cases}$

(Sarrusregel)

<u>n>3</u>: $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & ... & a_{3n} \\ ... & & ... & \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22}...a_{2n} \\ a_{32}...a_{3n} \\ ... \\ a_{n1}...a_{nn} \end{vmatrix} - a_{21}\begin{vmatrix} a_{12}...a_{1n} \\ a_{32}...a_{3n} \\ ... \\ a_{n1}...a_{nn} \end{vmatrix} + ... + (-1)^{i+1}a_{i1}\begin{vmatrix} a_{12}...a_{1n} \\ a_{32}...a_{3n} \\ ... \\ a_{n1}...a_{nn} \end{vmatrix} + ... + (-1)^{n+1}a_{n1}\begin{vmatrix} a_{12} \; ... \; a_{1n} \\ a_{32} \; ... \; a_{3n} \\ ... \\ a_{n-11}...a_{n-1n} \end{vmatrix}$

(Entwicklungssatz von Laplace für Determinanten).

II. Wir gehen nach der <u>Sarrusregel</u> vor und berechnen:

<u>Determinante</u>:

$$\det(A) = \det \left[\begin{matrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{matrix}\right] \begin{matrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{matrix} \qquad = 2*3*5 + 0*2*1 + 4*0*1 - 0*0*5 - 2*2*1 - 4*3*1 = 14.$$

www.michael-buhlmann.de / 01.2021 / Aufgabe 1289