**Michael Buhlmann**

# Mathematikaufgaben
## > Analysis
## > Parabeln

---

**Aufgabe**: Berechne zu den allgemeinen Parabeln (quadratischen Funktionen) die Schnittpunkte der Funktion mit den Achsen des x-y-Koordinatensystems:

a) $f(x) = 2x^2 + 6x$ b) $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 8$ c) $f(x) = \frac{5}{7}x^2 + 3$

d) $f(x) = \frac{5}{8}x^2 - \frac{5}{12}x$ e) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3$ f) $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$

**Lösung**: I. Allgemein sind mit den Achsenschnittpunkten von quadratischen Funktionen f(x) im x-y-Koordinatensystem der y-Achsenabschnittpunkt $S_y(0|f(0))$ (y-Achse) und die Nullstellen $N(x_1|0)$, $N(x_2|0)$ (x-Achse) gemeint. Mit dem Einsetzen von x = 0 in die Parabelgleichung errechnet sich f(0) und damit der <u>y-Achsenabschnittpunkt</u> $S_y(0|f(0))$ als Schnittpunkt mit der y-Achse. Die <u>Nullstellen</u> $x_1$, $x_2$ als Schnittpunkte mit der x-Achse bestimmen sich vermöge der Gleichung f(x) = 0 als quadratische Gleichung:

| $ax^2 + bx + c = 0$ | | | |
|---|---|---|---|
| a ≠ 0, b = 0 | a ≠ 0, c = 0 | a ≠ 0, b ≠ 0, c ≠ 0 | a =1, b = p, c = q |
| $ax^2 + c = 0$<br>$ax^2 = -c$<br>$x^2 = -\frac{c}{a}$<br>$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ | $ax^2 + bx = 0$<br>$x(ax+b) = 0$<br>$x = 0 \vee ax+b = 0$<br>$x = 0 \vee ax = -b$<br>$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$ | $ax^2 + bx + c = 0$<br>$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ | $x^2 + px + q = 0$<br>$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ |
| Rein quadratische Gleichung:<br>0 Lösungen (bei $\frac{c}{a}$<0),<br>1 Lösung (bei c=0),<br>2 Lösungen (bei $\frac{c}{a}$>0) | Gemischt quadratische Gleichung (Ausklammern):<br>2 Lösungen | Gemischt quadratische Gleichung („Mitternachtsformel“, a-b-c-Formel):<br>D = $b^2 - 4ac$ als Diskriminante -> 0 Lösungen (bei D<0)<br>1 Lösung (bei D=0)<br>2 Lösungen (bei D>0) | Gemischt quadratische Gleichung (p-q-Formel):<br>D = $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ als Diskriminante<br>-> 0 Lösungen (bei D<0)<br>1 Lösung (bei D=0)<br>2 Lösungen (bei D>0) |

II. Wir wenden das in I. Gesagte zur Bestimmung der <u>Achsenschnittpunkte</u> an:

a) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = 2x^2 + 6x$, x = 0 -> f(0) = 0 -> $S_y(0|0)$;
Nullstellen: $f(x) = 2x^2 + 6x$ = 0 ⇔ x(2x+6) = 0 ⇔ x = 0, 2x+6 = 0 ⇔ x = 0, 2x = -6 ⇔ x= 0, x = -3 -> N(-3|0), N(0|0).

b) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 8$, x = 0 -> f(0) = $\frac{1}{2}(0-3)^2 - 8$ = -3,5 -> $S_y(0|4)$; Nullstellen: $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 8$ = 0 ⇔ $\frac{1}{2}(x-3)^2 = 8$ ⇔ $(x-3)^2 = 16$ ⇔ x-3 = ±4 ⇔ x = 3 ± 4 ⇔ $x_1 = -1$, $x_2 = 7$ -> N(-1|0), N(7|0).

c) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = \frac{5}{7}x^2 + 3$, x = 0 -> f(0) = 3 -> $S_y(0|3)$;

Nullstellen: $f(x) = \frac{5}{7}x^2 + 3$ = 0 ⇔ $\frac{5}{7}x^2 = -3$ ⇔ $x^2 = \frac{-21}{5}$ = -4,2 -> keine Nullstellen.

d) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = \frac{5}{8}x^2 - \frac{5}{12}x$, x = 0 -> f(0) = 0 -> $S_y(0|0)$;

Nullstellen: $f(x) = \frac{5}{8}x^2 - \frac{5}{12}x$ = 0 ⇔ $x\left(\frac{5}{8}x - \frac{5}{12}\right)$ = 0 ⇔ x = 0, $\frac{5}{8}x - \frac{5}{12}$ = 0 ⇔

x = 0, $\frac{5}{8}x = \frac{5}{12}$ ⇔ x= 0, x = $\frac{2}{3}$ -> N(0|0), N($\frac{2}{3}$|0).

e) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3$, x = 0 -> f(0) = -3 -> $S_y(0|-3)$;

Nullstellen: $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3$ = 0 ⇔ $x^2 - 6x + 9 = 0$ ⇔ $(x-3)^2 = 0$ ⇔ x-3 = 0 ⇔ x = 3 (u.a. auf Grund der 2. binomischen Formel) -> N(3|0).

f) Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$, x = 0 -> f(0) = -7 -> $S_y(0|-7)$;

Nullstellen: $f(x) = 4x^2 + 3x - 7$ = 0 ⇔ $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7)}}{2 \cdot 4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+112}}{8} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{-3 \pm 11}{8}$

⇔ $x_1 = \frac{-3-11}{8} = -\frac{14}{8} = -\frac{7}{4}$ = -1,75, $x_2 = \frac{-3+11}{8}$ = -1 -> N(-1,75|0), N(-1|0).

www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1813