Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Parabeln

Aufgabe: Berechne zu den allgemeinen Parabeln (quadratischen Funktionen) die Schnittpunkte der Funktion mit der x-Achse des x-y-Koordinatensystems:

a) $f(x)=\frac{4}{7}x(x-11)$ b) $f(x)=\frac{13}{5}(x-3)(x+8)$ c) $f(x)=4x^2+9x$

d) $f(x)=\frac{3}{8}x^2-\frac{8}{27}$ e) $f(x)=x^2+21x-72$ f) $f(x)=\frac{7}{8}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{5}{24}$

Lösung: I. Allgemein sind mit den Achsenschnittpunkten von quadratischen Funktionen f(x) im x-y-Koordinatensystem der y-Achsenabschnittpunkt $S_y(0|f(0))$ (y-Achse) und die Nullstellen $N(x_1|0)$, $N(x_2|0)$ (x-Achse) gemeint. Die Nullstellen x_1, x_2 als Schnittpunkte mit der x-Achse bestimmen sich vermöge der Gleichung f(x) = 0 als quadratische Gleichung:

$ax^2+bx+c=0$			
a ≠ 0, b = 0	a ≠ 0, c = 0	a ≠ 0, b ≠ 0, c ≠ 0	a =1, b = p, c = q
$ax^2+c=0$ $ax^2=-c$ $x^2=-\frac{c}{a}$ $x=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$	$ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x=0 \vee ax+b=0$ $x=0 \vee ax=-b$ $x=0 \vee x=-\frac{b}{a}$	$ax^2+bx+c=0$ $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	$x^2+px+q=0$ $x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$
Rein quadratische Gleichung: 0 Lösungen (bei $-\frac{c}{a}$<0), 1 Lösung (bei c=0), 2 Lösungen (bei $-\frac{c}{a}$>0)	Gemischt quadratische Gleichung (Ausklammern): 2 Lösungen	Gemischt quadratische Gleichung („Mitternachtsformel“, a-b-c-Formel): D = b^2-4ac als Diskriminante -> 0 Lösungen (bei D<0) 1 Lösung (bei D=0) 2 Lösungen (bei D>0)	Gemischt quadratische Gleichung (p-q-Formel): D = $\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$ als Diskriminante -> 0 Lösungen (bei D<0) 1 Lösung (bei D=0) 2 Lösungen (bei D>0)

II. Wir wenden das in I. Gesagte zur Bestimmung der Nullstellen an:

a) Nullstellen: $f(x)=\frac{4}{7}x(x-11)$ = 0 ⇔ $\frac{4}{7}x$ = 0, x – 11 = 0 ⇔ x = 0, x = 11 -> N(0|0), N(11|0).

b) Nullstellen: $f(x)=\frac{13}{5}(x-3)(x+8)$ = 0 ⇔ x-3 = 0, x + 8 = 0 ⇔ x = 3, x = -8 -> N(-8|0), N(3|0).

c) Nullstellen: $f(x)=4x^2+9x$ = 0 ⇔ x(4x+9) = 0 ⇔ x = 0, 4x+9 = 0 ⇔ x = 0, 4x = -9 ⇔ x = 0, x = -2,25 -> N(-2,25|0), N(0|0).

d) Nullstellen: $f(x)=\frac{3}{8}x^2-\frac{8}{27}$ = 0 ⇔ $\frac{3}{8}x^2=\frac{8}{27}$ ⇔ x^2 = $\frac{64}{81}$ ⇔ x = $\pm\sqrt{\frac{64}{81}}=\pm\frac{8}{9}$ ->

N($-\frac{8}{9}$|0), N($\frac{8}{9}$|0).

e) Nullstellen: $f(x)=x^2+21x-72$ = 0 ⇔ $x_{1,2}=\frac{-21\pm\sqrt{21^2-4\cdot 1\cdot(-72)}}{2\cdot 1}=\frac{-21\pm\sqrt{441+288}}{2}$ ⇔

$x_{1,2}=\frac{-21\pm\sqrt{729}}{2}=\frac{-21\pm 27}{2}$ ⇔ x_1 = $\frac{-21-27}{2}$ = -24, x_2 = $\frac{-21+27}{2}=3$ -> N(-24|0), N(3|0).

f) Nullstellen: $f(x)=\frac{7}{8}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{5}{24}$ = 0 ⇔ $21x^2$ +16x – 5 = 0 ⇔ $x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{16^2-4\cdot 21\cdot(-5)}}{2\cdot 21}$

⇔ $x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{256+420}}{42}=\frac{-16\pm\sqrt{676}}{42}=\frac{-16\pm 26}{42}$ ⇔ x_1 = $\frac{-16-26}{42}$ = -1, x_2 = $\frac{-16+26}{42}=\frac{10}{42}=\frac{5}{21}$

-> N(-1|0), N($\frac{5}{21}$|0).

www.michael-buhlmann.de / 02.2023 / Aufgabe 1814