

Mathematikaufgaben

> Funktionen

> Parabeln

Aufgabe: Skizziere die Normalparabel in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem:

$$y = x^2 - 4x - 5.$$

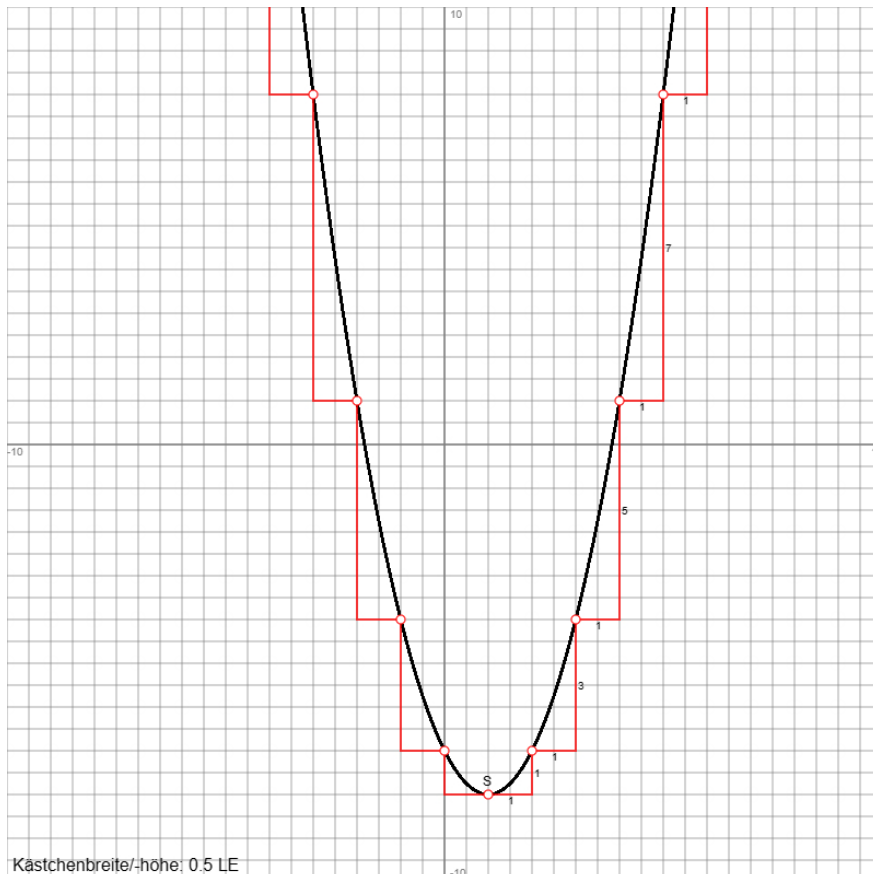
Lösung: I. Allgemein gilt: Die Funktionsvorschrift einer nach oben geöffneten Normalparabel lautet gemäß der Normalform $y = x^2 + bx + c$ mit der unabhängigen Variablen x und der abhängigen Variablen y in der Parabelgleichung. Bei der Bestimmung des Scheitelpunkts aus der Normalform führt die quadratische Ergänzung mittels:

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + c - \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

auf den Scheitelpunkt $S(d|e) = S\left(-\frac{b}{2} \mid c - \left(\frac{b}{2}\right)^2\right)$, und die Scheitelform der Parabelgleichung ist:

$$y = (x-d)^2 + e.$$

II. Ist eine Normalparabel in der Scheitelform $y = (x-d)^2 + e$ gegeben, so ist der Graph der Funktion in einem geeigneten x-y-Koordinatensystem vom Scheitelpunkt $S(d|e)$ aus zu skizzieren. In (horizontalen) Einerschritten bestimmen sich dann weitere Parabelpunkte als: $P/Q_1(d \pm 1 | e+1) = (x_1 | y_1)$, $P/Q_2(d \pm 2 | y_1+3) = (x_2 | y_2)$, $P/Q_3(d \pm 3 | y_2+5) = (x_3 | y_3)$, $P/Q_4(d \pm 4 | y_3+7) = (x_4 | y_4)$ (Berechnung mit Hilfe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, ...) usw. – Beispiel: Normalparabel $y = (x-1)^2 - 8$:

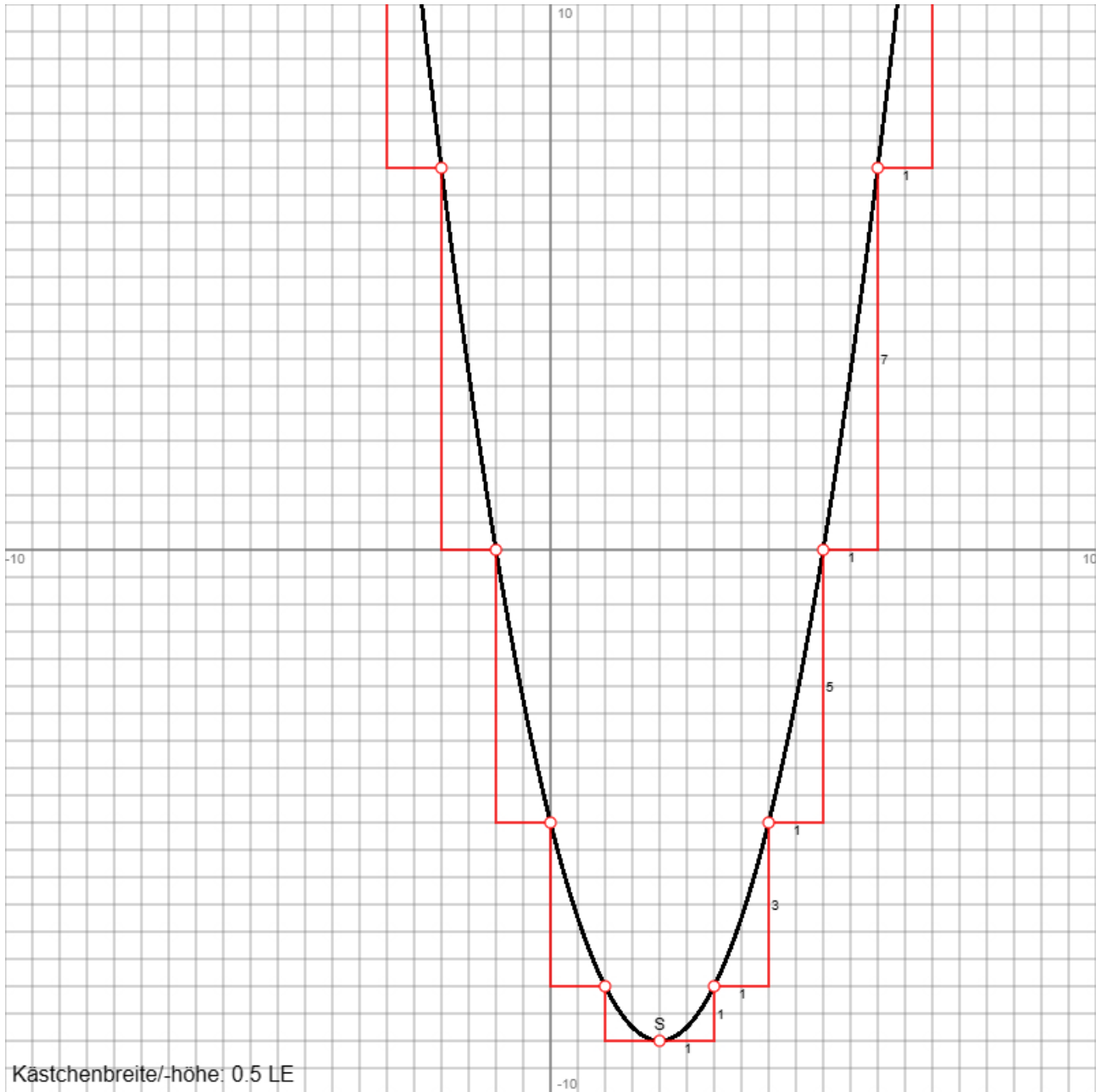


III. Die Scheitelform der Parabelgleichung ergibt sich gemäß quadratischer Ergänzung:

$$y = x^2 - 4x - 5 = x^2 - 4x + 2^2 - 5 - 2^2 = (x-2)^2 - 9,$$

so dass als Scheitelpunkt $S(2|-9)$ folgt.

IV. Für den Graphen der Parabel $y = x^2 - 4x + 5$ ergibt sich nach der oben erwähnten Vorgehensweise (II.): $S(2|-9) \rightarrow P_1(3|-9+1) = (3|-8) \rightarrow P_2(4|-8+3) = (4|-5) \rightarrow P_3(5|-5+5) = (5|0) \rightarrow P_4(6|0+7) = (6|7)$ usw. bzw. $S(2|-9) \rightarrow Q_1(1|-9+1) = (1|-8) \rightarrow Q_2(0|-8+3) = (0|-5) \rightarrow Q_3(-1|-5+5) = (-1|0) \rightarrow Q_4(-2|0+7) = (-2|7)$ usw. und damit:



www.michael-buhlmann.de / 03.2023 / Aufgabe 1823