

Mathematikaufgaben

> Vektorrechnung

> Punkte, Vektoren

Aufgabe: Bestimme die Länge des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -14 \\ -2 \end{pmatrix}$. Wie lautet der zum Vektor \vec{a} gehörende Einheitsvektor \vec{a}_0 ?

Lösung: I. Allgemein errechnet sich im dreidimensionalen Vektorraum zum Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ der

Betrag (Länge) als:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$

Der Einheitsvektor (normierter Vektor) ist somit:

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

und besitzt die Länge 1.

II. Es gilt daher:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -14 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{5^2 + (-14)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5^2 + 14^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 196 + 4} = \sqrt{225} = 15.$$

Die Länge des Vektors \vec{a} beträgt somit: $|\vec{a}| = 15$. Der Einheitsvektor lautet dann:

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} 5 \\ -14 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{14}{15} \\ -\frac{2}{15} \end{pmatrix}.$$

