

# Mathematikaufgaben

## > Algebra

## > Quadratische Gleichungen

---

**Aufgabe:** Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 - 4x + 4 = 0.$$

**1. Lösung:** I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen  $x$ , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen  $x$ , die der Form  $x^2 + px + q = 0$  (\*) mit reellen Zahlen  $p, q$  genügen. Die Lösung

der quadratischen Gleichung (\*) ist dann:  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$  (p-q-Formel). Um die Lösung

einer quadratischen Gleichung der Form (\*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (\text{p-q-Formel: } p = -4, q = 4)$$

$$x = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{4 - 4}$$

$$x = 2 \pm 0$$

$$x = 2$$

Wir erhalten  $x = 2$  als einzige Lösung; Lösungsmenge ist also:  $L = \{2\}$ .

**2. Lösung:** I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen  $x$ , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen  $x$ , die der Form  $ax^2 + bx + c = 0$  (\*) mit reellen Zahlen  $a, b, c, a \neq 0$ , genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (\*) ist dann:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (\*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = -4, c = 4)$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Wir erhalten  $x = 2$  als einzige Lösung; Lösungsmenge ist also:  $L = \{2\}$ .