

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 - 8x + 12 = 0.$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + px + q = 0$ (*) mit reellen Zahlen p, q genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (p-q-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die p-q-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (\text{p-q-Formel: } p = -8, q = 12)$$

$$x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-8}{2}\right)^2 - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{4^2 - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = 4 \pm 2$$

$$x_1 = 4 - 2 = 2, \quad x_2 = 4 + 2 = 6$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 6$$

Wir erhalten $x_1 = 2$ und $x_2 = 6$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{2; 6\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um

die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungs-umformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; es gilt Strichrechnung vor Punktrechnung, die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen mittels Gleichungsumformungen wie folgt vor:

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = -8, c = 12)$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 48}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 6$$

Wir erhalten $x_1 = 2$ und $x_2 = 6$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{2; 6\}$.