

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$x^2 = 17x - 52.$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen b, c genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ (b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch Gleichungsumformungen vorangehen lassen:

$$\begin{array}{ll} x^2 = 17x - 52 & | -17x \\ x^2 - 17x = -52 & | +52 \\ x^2 - 17x + 52 = 0 & \text{(b-c-Formel: } b = -17, c = 52) \end{array}$$

$$x_{1,2} = +\frac{17}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2 - 52} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm \sqrt{8,5^2 - 52}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm \sqrt{20,25} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm 4,5 \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = 8,5 + 4,5 = 13, x_2 = 8,5 - 4,5 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = 13$ und $x_2 = 4$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{4; 13\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der a-b-c-Formel noch Gleichungsumformungen vorangehen lassen:

$$\begin{array}{ll} x^2 = 17x - 52 & | -17x \\ x^2 - 17x = -52 & | +52 \\ x^2 - 17x + 52 = 0 & \text{(a-b-c-Formel: } a = 1, b = -17, c = 52) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 1 \cdot 52}}{2 \cdot 1} \quad (\text{Ausrechnen})$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{81}}{2} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm 9}{2} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{17+9}{2} = \frac{26}{2} = 13, \quad x_2 = \frac{17-9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_1 = 13, x_2 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = 13$ und $x_2 = 4$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{4; 13\}$.

www.michael-buhlmann.de / 11.2020 / Aufgabe 1158