

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Bestimme die Lösung der quadratischen Gleichung:

$$4x^2 + 15x + 11 = 0.$$

1. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $x^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen b, c genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ (b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

II. Wir gehen wie folgt vor, wobei wir der Anwendung der b-c-Formel noch eine Gleichungsumformung vorangehen lassen:

$$\begin{array}{ll} 4x^2 + 15x + 11 = 0 & | :4 \\ x^2 + 3,75x + 2,75 = & \text{(b-c-Formel: } b = 3,75, c = 2,75) \end{array}$$

$$x_{1,2} = -\frac{3,75}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3,75}{2}\right)^2 - 2,75} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = 8,5 \pm \sqrt{1,875^2 - 2,75}$$

$$x_{1,2} = -1,875 \pm \sqrt{0,765625} \quad \text{(Wurzel ziehen)}$$

$$x_{1,2} = -1,875 \pm 0,875 \quad \text{(Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = -1,875 + 0,875 = -1, \quad x_2 = -1,875 - 0,875 = -2,75$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = -2,75$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-2,75; -1\}$.

2. Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form $ax^2 + bx + c = 0$ (*) mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen.

Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (a-b-c-Formel). Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} 4x^2 + 15x + 11 = 0 & \text{(a-b-c-Formel: } a = 4, b = 15, c = 11) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11}}{2 \cdot 4} \quad \text{(Ausrechnen)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm \sqrt{49}}{8} \quad (\text{Wurzel ziehen})$$

$$x_{1,2} = \frac{-15 \pm 7}{8} \quad (\text{Lösungen } x_1, x_2)$$

$$x_1 = \frac{-15+7}{8} = -\frac{8}{8} = -1, \quad x_2 = \frac{-15-7}{8} = -\frac{22}{8} = -\frac{11}{4} = -2,75$$

$$x_1 = 13, x_2 = 4$$

Wir erhalten $x_1 = -1$ und $x_2 = -2,75$ als Lösungen; Lösungsmenge ist also: $L = \{-2,75; -1\}$.

www.michael-buhlmann.de / 11.2020 / Aufgabe 1159