

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$12x^2 + 4x - 1 = 0.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen a, b, c , $a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned} 12x^2 + 4x - 1 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 12, b = 4, c = -1) \\ x_{1,2} &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-1)}}{2 \cdot 12} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{24} = \frac{-4 \pm 8}{24} \\ x_1 &= \frac{-4 - 8}{24} = \frac{-12}{24} = -\frac{1}{2} \\ x_2 &= \frac{-4 + 8}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Lösungsmenge } L = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{6} \right\}$$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{1}{6}$.