

Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$x^2 = x + 12.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned}
 x^2 &= x + 12 && | -x \\
 x^2 - x &= 12 && | -12 \\
 x^2 - x - 12 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = -1, c = -12) \\
 x_{1,2} &= \frac{-(-1) \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} \\
 x_1 &= \frac{1-7}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \\
 x_2 &= \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4
 \end{aligned}$$

-> Lösungsmenge $L = \{-3; 4\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -3$; $x_2 = 4$.