

Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$x^2 = -\frac{1}{2}x + 3.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned}
 x^2 &= -\frac{1}{2}x + 3 && | \cdot 2 \\
 2x^2 &= -x + 6 && | +x \\
 2x^2 + x &= 6 && | -6 \\
 2x^2 + x - 6 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 2, b = 1, c = -6) \\
 x_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \\
 x_1 &= \frac{-1 - 7}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \\
 x_2 &= \frac{-1 + 7}{4} = \frac{6}{4} = 1.5
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Lösungsmenge } L = \{-2; 1.5\}$$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -2$; $x_2 = 1.5$.