

Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = x + \frac{1}{6}.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = x + \frac{1}{6} & | \cdot 6 \\ x^2 + 4x + 2 = 6x + 1 & | -6x \\ x^2 - 2x + 2 = 1 & | -1 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 & (\text{a-b-c-Formel: } a = 1, b = -2, c = 1) \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{2}{2} = 1$$

-> Lösungsmenge $L = \{1\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösung ist: $x_1 = 1$.