

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$3x^2 + 2x + 3 = x^2 + 7.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 3 &= x^2 + 7 && | -x^2 \\ 2x^2 + 2x + 3 &= 7 && | -7 \\ 2x^2 + 2x - 4 &= 0 && (\text{a-b-c-Formel: } a = 2, b = 2, c = -4) \\ x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{4} = \frac{-2 \pm 6}{4} \\ x_1 &= \frac{-2 - 6}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \\ x_2 &= \frac{-2 + 6}{4} = \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

-> Lösungsmenge $L = \{-2; 1\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösungen sind: $x_1 = -2; x_2 = 1$.