

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Quadratische Gleichungen

Aufgabe: Löse die folgende quadratische Gleichung:

$$5x^2 + x + 4 = 3x^2 + 5x + 2.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von quadratischen Gleichungen, also von Gleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Quadratische Gleichungen sind Gleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (*)$$

mit reellen Zahlen $a, b, c, a \neq 0$, genügen. Die Lösung der quadratischen Gleichung (*) ist dann zu berechnen vermöge:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{a-b-c-Formel}).$$

Um die Lösung einer quadratischen Gleichung der Form (*) zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Gleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Gleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; die a-b-c-Formel führt auf die 0 bis 2 Lösungen der Gleichung.

II. Wir gehen unter Verwendung der a-b-c-Formel wie folgt vor:

$$\begin{array}{l} 5x^2 + x + 4 = 3x^2 + 5x + 2 \\ 2x^2 + x + 4 = 5x + 2 \\ 2x^2 - 4x + 4 = 2 \\ 2x^2 - 4x + 2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | -3x^2 \\ | -5x \\ | -2 \\ \text{(a-b-c-Formel: } a = 2, b = -4, c = 2) \end{array}$$
$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{4 \pm 0}{4}$$
$$x_1 = \frac{4}{4} = 1$$

-> Lösungsmenge $L = \{1\}$

Damit ist die quadratische Gleichung gelöst; Lösung ist: $x_1 = 1$.