Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Folgen, Reihen
> Summe

Aufgabe: Stelle die endliche Summe

$$\sum_{i=3}^{19}\binom{19}{i-3}\cdot 2^i$$

als geschlossenen Ausdruck dar.

Lösung: I. Wir rufen uns zunächst die folgende Summenformel ins Gedächtnis:

$\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}a^i b^{n-i} = (a+b)^n$ (binomischer Lehrsatz)

(a, b reell).

II. Wir berechnen als Wert der Summe:

$$\sum_{i=3}^{19}\binom{19}{i-3}\cdot 2^i \underset{j=i-3}{=} \sum_{j=0}^{16}\binom{19}{j}\cdot 2^{j+3} = 8\cdot\sum_{j=0}^{16}\binom{19}{j}\cdot 2^j =$$

$$8\cdot\left(\sum_{j=0}^{19}\binom{19}{j}\cdot 2^j - \binom{19}{17}\cdot 2^{17} - \binom{19}{18}\cdot 2^{18} - \binom{19}{19}\cdot 2^{19}\right) =$$

$$8\cdot\left(\sum_{j=0}^{19}\binom{19}{j}\cdot 2^j \cdot 1^{19-j} - \binom{19}{17}\cdot 2^{17} - \binom{19}{18}\cdot 2^{18} - \binom{19}{19}\cdot 2^{19}\right) =$$

$$8\cdot\left((2+1)^{19} - 171\cdot 2^{17} - 19\cdot 2^{18} - 2^{19}\right) = 8\cdot\left(3^{19} - 171\cdot 2^{17} - 38\cdot 2^{17} - 4\cdot 2^{17}\right) =$$

$$8\cdot\left(3^{19} - 213\cdot 2^{17}\right) = 8\cdot 1134343131 = 9074745048$$

und haben dabei den binomischen Lehrsatz (a=2, b=1) verwendet.

www.michael-buhlmann.de / 02.2021 / Aufgabe 1326