Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben

> Analysis

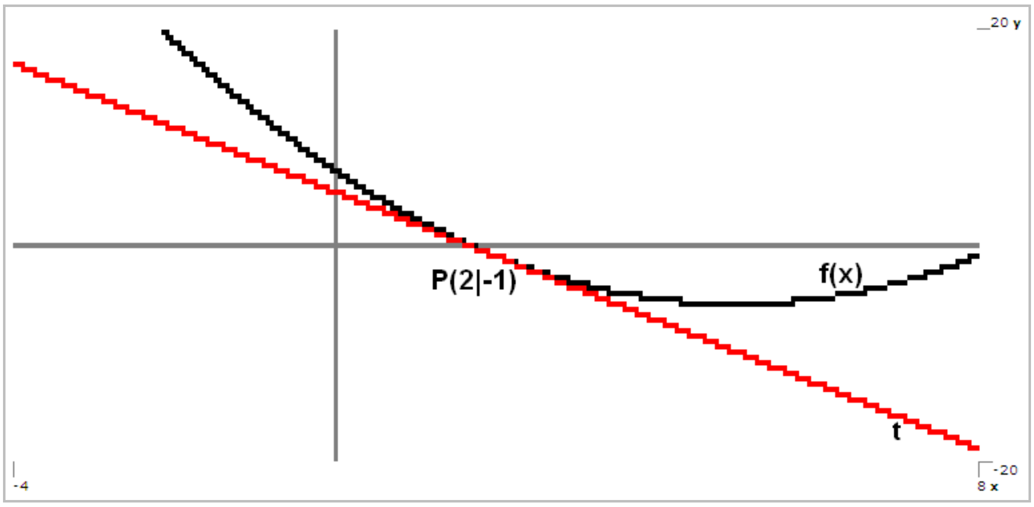
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 7, \ x_0 = 2.$$

1. Lösung (mit der Geradengleichung): I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung y = mx + c (m als Steigung, c als y-Achsenabschnitt); m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente u.a. mit $c = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 7$ erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Potenzregel die Ableitungsfunktion $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x - 5 = x - 5$. Wir benötigen: $f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 7 = 2 - 10 + 7 = -1$ und: $f'(2) = 2 - 5 = -3$, daneben die Geradengleichung der Tangente t: y = mx + c. Es gilt weiter: $m = f'(2) = -3$, so dass t: y = -3x + c gilt. Wegen $f(2) = -1$ wird die Tangente im Punkt P(2|-1) errechnet. Punktprobe mit x=2 und y=-1 ergibt für die Tangentengleichung: -1 = -3·2 + c, also: -1 = -6 + c und damit: 5 = c. Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = -3x + 5.



2. Lösung (mit der Tangentenformel): I. Allgemein gilt die Formel der Tangentengleichung:

t: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

mit Funktion f(x), Ableitungsfunktion f'(x) und t als Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0.

II. Wir berechnen aus Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 7$ und Ableitung $f'(x) = x - 5$ die Werte

$f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 7 = 2 - 10 + 7 = -1$, $f'(2) = 2 - 5 = -3$ für $x_0 = 2$. Die Tangente an die Funktion an der Stelle $x_0 = 2$ lautet mittels Einsetzen von f(2) und f'(2) in die Tangentengleichung:

t: y = f'(2)(x-2) + f(2) = -3(x-2) + (-1) = -3x + 6 – 1 = -3x + 5.

www.michael-buhlmann.de / 01.2015 / Aufgabe 92