Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Analysis
> Tangenten

Aufgabe: Berechne die Gleichung der Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0:

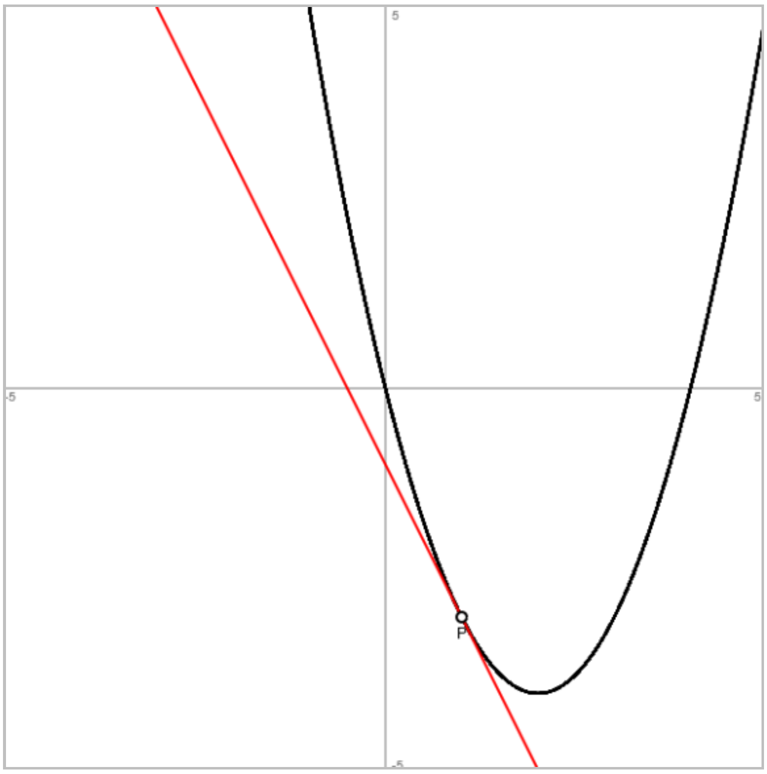
$$f(x) = x(x–4),\ x_0 = 1.$$

1. Lösung (mit der Geradengleichung): I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung y = mx + c; m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, c der y-Achsenabschnitt der Tangente u.a. mit $c = f(x_0) – f'(x_0)\cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = x(x–4) = x^2–4x$ (Klammer auflösen!) erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Potenzregel die Ableitungsfunktion f'(x) = 2x–4. Wir benötigen: $f(1) = 1\cdot(1-4) = -3$ und: $f'(1) = 2\cdot 1–4 = -2$ wegen der vorgegebenen Stelle $x_0 = 1$, daneben die Geradengleichung der Tangente t: y = mx + c. Es gilt weiter: m = f'(1) = -2, so dass t: y = -2x + c gilt. Wegen f(1) = -3 wird die Tangente im Punkt P(1|-3) errechnet. Punktprobe mit x=1 und y=-3 ergibt mit dem Einsetzen in die Geradengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt c:

$-3 = -2\cdot 1 + c \Leftrightarrow -3 = -2 + c \Leftrightarrow -1 = c.$

Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: y = -2x – 1.



2. Lösung (mit der Geradengleichung): I. Allgemein gilt für die gesuchte Tangente an der Stelle x_0 bzw. im Punkt $P(x_0|f(x_0))$ die Geradengleichung y = mx + b; m ist dann die Tangentensteigung $m = f'(x_0)$, b der y-Achsenabschnitt der Tangente u.a. mit $b = f(x_0) – f'(x_0)\cdot x_0$.

II. Aus $f(x) = x(x–4) = x^2–4x$ (Klammer auflösen!) erhalten wir mit Summen-, Faktor- und Potenzregel die Ableitungsfunktion f'(x) = 2x–4. Wir benötigen: $f(1) = 1\cdot(1-4) = -3$ und: $f'(1) = 2\cdot 1–4 = -2$ wegen der vorgegebenen Stelle $x_0 = 1$, daneben die Geradengleichung der Tangente t: $y = mx + b$. Es gilt weiter: $m = f'(1) = -2$, so dass t: $y = -2x + b$ gilt. Wegen $f(1) = -3$ wird die Tangente im Punkt $P(1|-3)$ errechnet. Punktprobe mit $x=1$ und $y=-3$ ergibt mit dem Einsetzen in die Geradengleichung den Wert für den y-Achsenabschnitt b:

$-3 = -2 \cdot 1 + b \Leftrightarrow -3 = -2 + b \Leftrightarrow -1 = b$.

Die gesuchte Tangentengleichung lautet also: t: $y = -2x – 1$.

3. Lösung (mit der Tangentenformel): I. Allgemein gilt die Formel der Tangentengleichung:

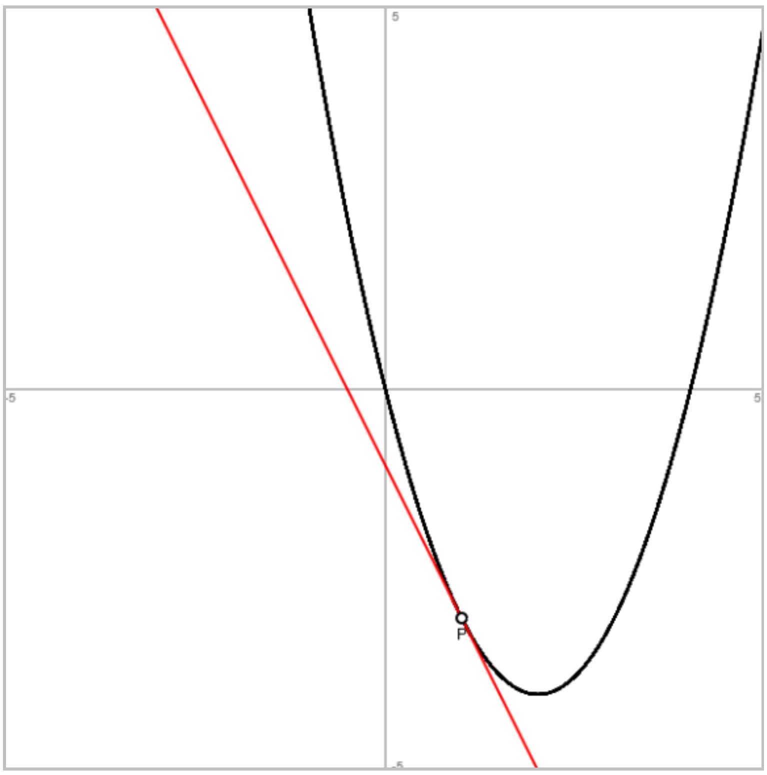
t: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

mit Funktion f(x), Ableitungsfunktion f'(x) und t als Tangente an die Funktion f(x) an der Stelle x_0.

II. Wir berechnen aus Funktion $f(x) = x(x–4) = x^2–4x$ (Klammer auflösen!) und Ableitung $f'(x) = 2x–4$ die Werte: $f(1) = 1\cdot(1-4) = -3$, $f'(1) = 2\cdot 1–4 = -2$ für $x_0 = 1$. Die Tangente an die Funktion an der Stelle $x_0 = 1$ lautet mittels Einsetzen von f(1) und f'(1) in die Tangentengleichung:

t: $y = f'(1)(x–1) + f(1) = -2(x–1) + (-3) = -2x +2 – 3 = -2x – 1$.

Funktion: f(x) =	x*(x-4)
x-Wert: x_0 =	1 — *Funktionswert*: $f(x_0)$ = f(1) = -3
Punkt $P(x_0\|f(x_0))$ =	P(1 | -3)
Ableitung/Tangentensteigung: $f'(x_0)$ =	f'(1) = -2
Tangente: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ =	-2 ***(x -** 1 **) +** -3 = -2x - 1



www.michael-buhlmann.de / 10.2018 / Aufgabe 629