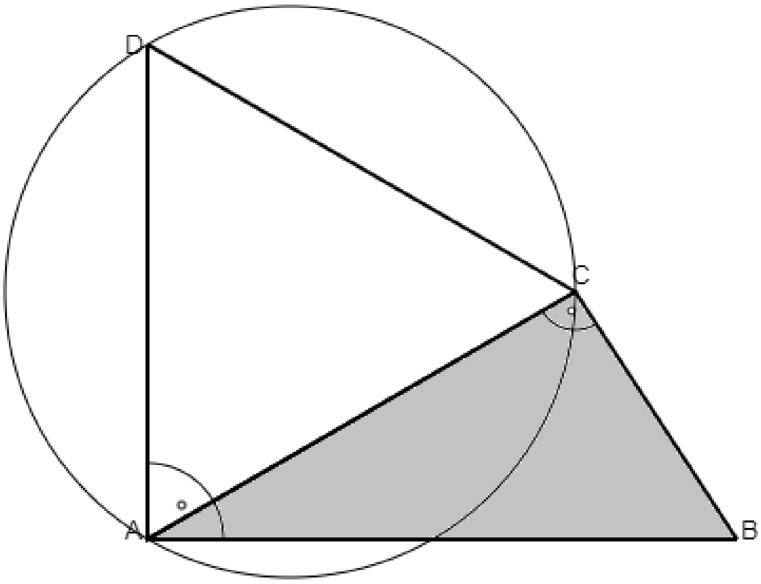
Michael Buhlmann

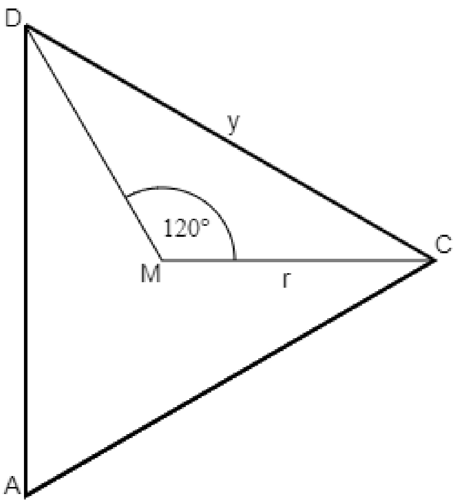
Mathematikaufgaben
> Geometrie/Trigonometrie
> Drei-/Viereck

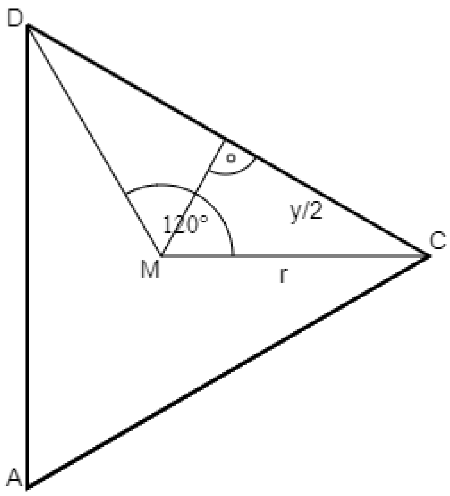
Aufgabe: Im Viereck ABCD ist das Dreieck ΔACD gleichseitig. Der Umkreis dieses Dreiecks hat eine Länge von u = 31,4 cm. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ΔABC.



Lösung: I. Das Dreieck ΔACD ist gleichseitig, sein Umkreis besitzt den Umfang u = 31,4 cm, so dass sich wegen u = 2πr der <u>Umkreisradius</u> r ergibt:

r = $\frac{u}{2\pi} = \frac{31{,}4}{2\pi} = 5$ cm.





Mit M als Mittelpunkt des gleichseitigen Dreiecks ΔACD lässt sich die Seitenlänge y im gleichschenkligen Dreieck ΔMCD berechnen. Halbieren wir das gleichschenklige Dreieck, so ergibt sich aus dem Innenwinkel φ = 120° der halbe Innenwinkel φ/2 = 60° und damit:

$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{\frac{y}{2}}{r}$ => $\sin 60° = \frac{\frac{y}{2}}{5}$ => $\frac{y}{2} = 5 \cdot \sin 60° = 4{,}33$ => y = 8,66 cm.

mit der <u>Seitenlänge</u> y = $\overline{CD} = \overline{AC}$ ≈ 8,7 cm.

II. Das Viereck ABCD besitzt einen rechten Winkel an der Ecke A, das gleichseitige Dreieck ΔACD dort einen 60°-Winkel. Somit ist im <u>Dreieck ΔABC</u> der Teilwinkel α_1 = 90° – 60° = 30°. Wegen der Rechtwinkligkeit des Dreiecks ΔABC ergeben sich aus der Dreieckseite y = $\overline{AC}$ = 8,66 cm:

$\tan\alpha_1 = \frac{\overline{BC}}{y}$ => $\tan 30° = \frac{\overline{BC}}{8{,}66}$ => x = $\overline{BC} = 8{,}66 \cdot \tan 30°$ = 5 cm

$\cos\alpha_1 = \frac{y}{\overline{AB}}$ => $\cos 30° = \frac{8{,}66}{\overline{AB}}$ => z = $\overline{AB} = \frac{8{,}66}{\cos 30°}$ = 10 cm

als weitere Seitenlängen.

III. Der gesuchte <u>Flächeninhalt</u> des Dreiecks ΔABC ist wegen: $A_\Delta = \frac{1}{2}xy$ über die Katheten x = 5 cm, y = 8,66 cm des Dreiecks zu berechnen:

$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8{,}66$ = 21,65 ≈ 21,7 cm^2.

www.michael-buhlmann.de / 10.2020 / Aufgabe 1145