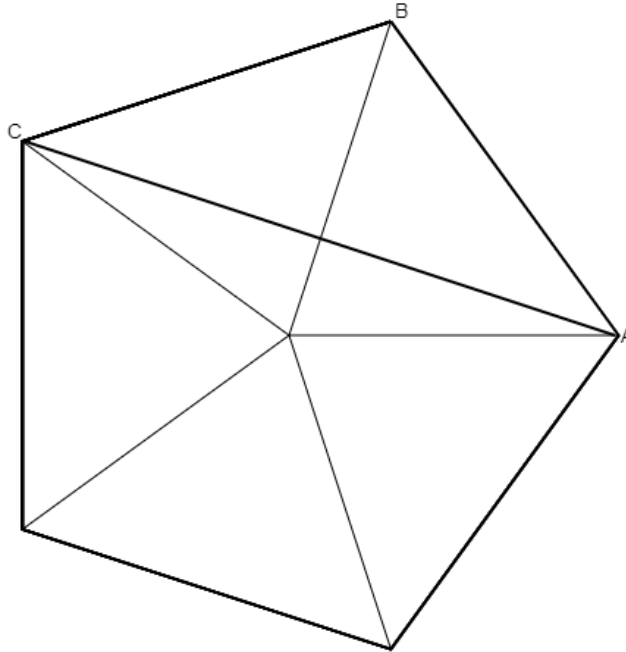


Mathematikaufgaben

> Geometrie/Trigonometrie

> Regelmäßiges Fünfeck

Aufgabe: Das regelmäßige Fünfeck hat einen Umfang von 22 cm. Berechne die Länge der Strecke \overline{AC} .

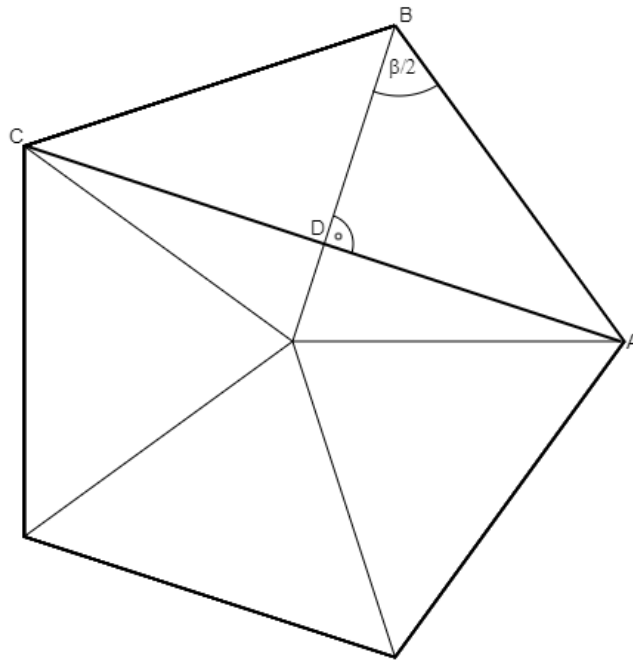


Lösung: I. Das regelmäßige Fünfeck hat einen Umfang $u = 22$ cm, so dass sich wegen $u = 5a$ bzw. $a = u/5$ die Fünfeckseite errechnet als:
 $a = 22 : 5 = 4,4$ cm.

II. Das Dreieck $\triangle ABC$ ist gleichschenkelig und kann von daher durch die Dreieckshöhe unter Einführung des Punktes D in zwei rechtwinklige Dreiecke $\triangle ABD$ und $\triangle BCD$ aufgeteilt werden. Im Dreieck $\triangle ABC$ ist der Winkel β der Außenwinkel des Fünfecks, also: $\beta = 180^\circ - \varphi$ mit φ als Innenwinkel. Der Innenwinkel berechnet sich auf Grund des regelmäßigen Fünfecks als:
 $\varphi = 360^\circ : 5 = 72^\circ$,
so dass folgt:
 $\beta = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \Rightarrow \beta/2 = 108^\circ : 2 = 54^\circ$.

III. Aus dem Winkel $\beta/2 = 54^\circ$ und der Hypotenuse $a = 4,4$ cm im Dreieck $\triangle ABD$ lässt sich die Strecke \overline{AD} ermitteln vermöge:

$$\sin \frac{\beta}{2} = \frac{\overline{AD}}{a} \Rightarrow \sin 54^\circ = \frac{\overline{AD}}{4,4} \Rightarrow \overline{AD} = 4,4 \cdot \sin 54^\circ = 3,56 \text{ cm.}$$



IV. Die gesuchte Strecke \overline{AC} ist das Doppelte von \overline{AD} , also:
 $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AD} = 2 \cdot 3,56 = 7,12 \approx 7,1 \text{ cm.}$