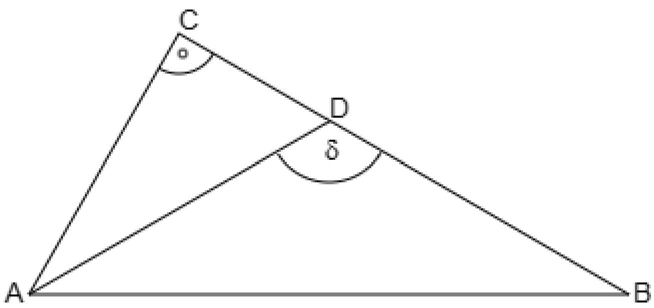
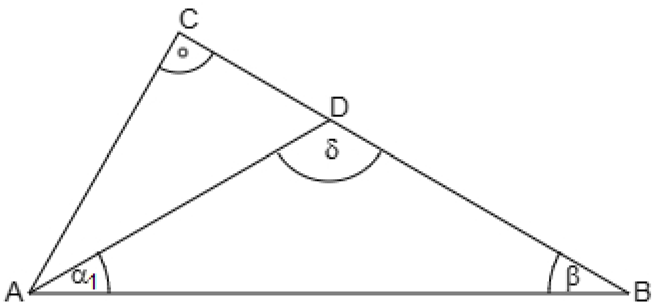
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Geometrie/Trigonometrie
> Dreieck

Aufgabe: Im rechtwinkligen Dreieck ΔABC gilt: $\overline{AD} = \overline{BD}$, δ = 110,0°, $\overline{AB}$ = 12,0 cm. Berechne den Flächeninhalt des Teildreiecks ΔADC.

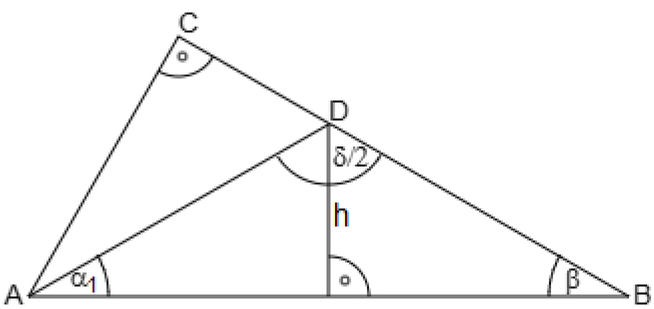


Lösung: I. Wir bestimmen zunächst die Winkel α_1, β im gleichschenkligen Dreieck ΔABD als:
$\alpha_1 = \beta = (180°-110°)/2 = 35°$.



II. Das gleichschenklige Dreieck ΔABD wird durch die Höhe h in zwei rechtwinklige Dreiecke aufgeteilt. Die Seite $\overline{AB}/2$ = 6,0 cm ist eine Kathete im rechtwinkligen Dreieck, so dass sich die Hypotenuse als Schenkellänge $\overline{AD} = \overline{BD}$ des Dreiecks ΔABD errechnet mit dem Winkel β = 35°:

$\sin\beta = \frac{\overline{AB}/2}{\overline{BD}}$ => $\sin 35° = \frac{6{,}0}{\overline{BD}}$ => $\overline{BD} = \frac{6{,}0}{\sin 35°} = 10{,}46$ cm.

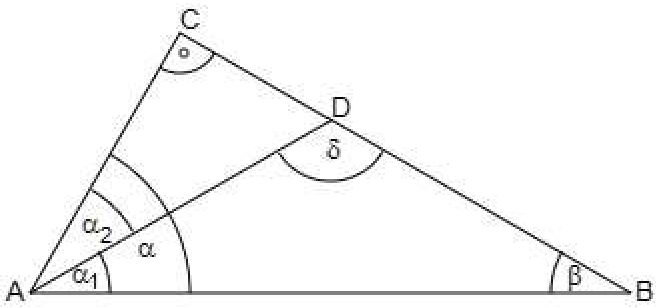


III. Wir errechnen den Winkel α_2 im Dreieck ΔADC, indem der Winkel α im rechtwinkligen Dreieck ΔABC sich als:

$\alpha = 90° - \beta = 90° - 35° = 55°$

ergibt. Für den Winkel α_2 folgt dann:

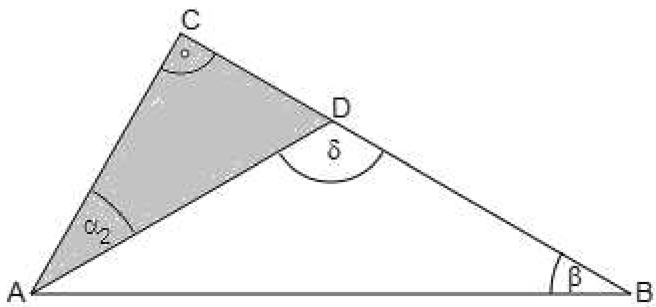
$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 55° - 35° = 20°$.



IV. Im rechtwinkligen Dreieck ΔADC ist die Hypotenuse $\overline{AD}$ = 10,46 cm groß, der Winkel beträgt $\alpha_2 = 20°$. Da sich der Flächeninhalt in einem rechtwinkligen Dreieck am besten über die Katheten bestimmen lässt, rechnen wir:

$$\sin\alpha_2 = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} \Rightarrow \sin 20° = \frac{\overline{CD}}{10{,}46} \Rightarrow \overline{CD} = 10{,}46 \cdot \sin 20° = 3{,}58 \text{ cm}$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \Rightarrow \cos 20° = \frac{\overline{AC}}{10{,}46} \Rightarrow \overline{AD} = 10{,}46 \cdot \cos 20° = 9{,}83 \text{ cm.}$$



V. Der gesuchte Flächeninhalt des Dreiecks ΔADC wird über die Katheten berechnet und beläuft sich auf:

$$A_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}83 \cdot 3{,}58 = 17{,}60 \approx 17{,}6 \text{ cm}^2.$$

www.michael-buhlmann.de / 04.2024 / Aufgabe 2039