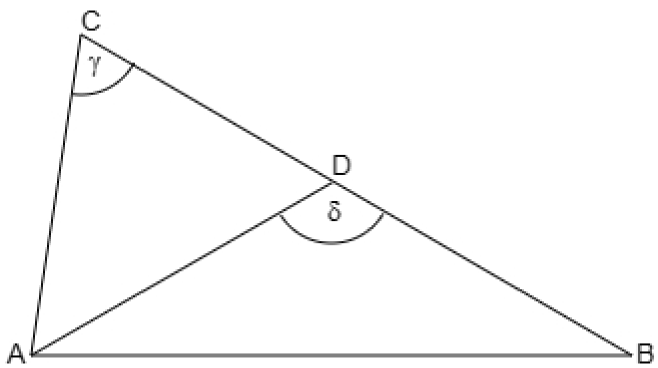
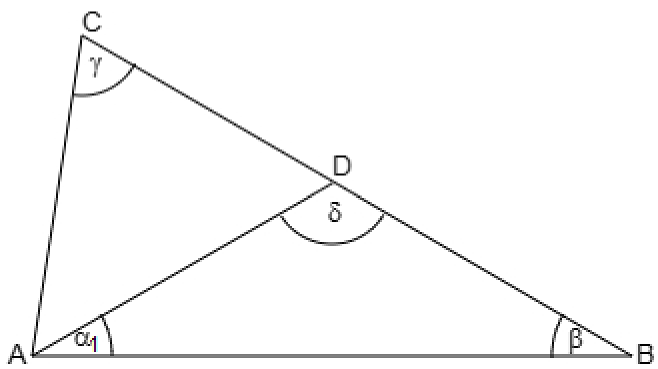
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Geometrie/Trigonometrie
> Dreieck

Aufgabe: Im Dreieck ΔABC gilt: $\overline{AD} = \overline{BD}$, γ = 70°, δ = 110,0°, $\overline{AB}$ = 12,0 cm. Berechne den Flächeninhalt des Teildreiecks ΔADC.

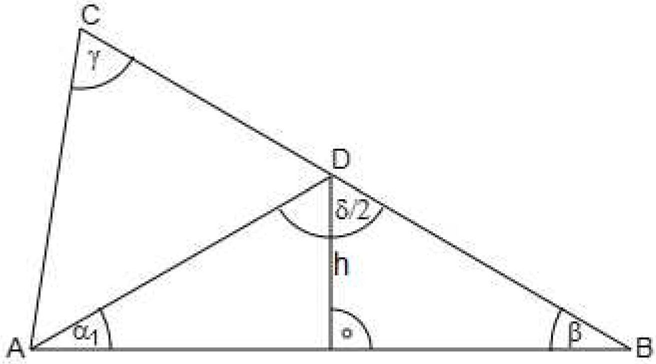


Lösung: I. Wir bestimmen zunächst die Winkel α_1, β im gleichschenkligen Dreieck ΔABD als:
α_1 = β = (180°-110°)/2 = 35°.

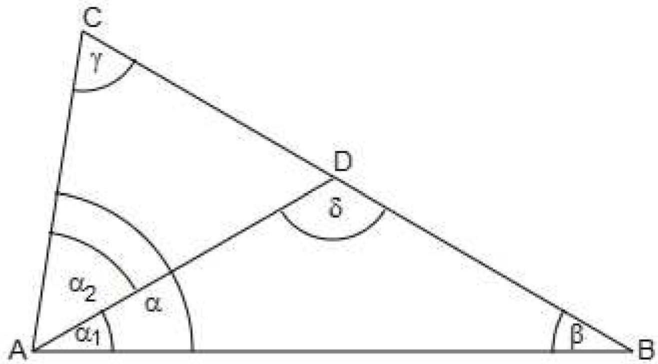


II. Das gleichschenklige Dreieck ΔABD wird durch die Höhe h in zwei rechtwinklige Dreiecke aufgeteilt. Die Seite $\overline{AB}$ /2 = 6,0 cm ist eine Kathete im rechtwinkligen Dreieck, so dass sich die Hypotenuse als Schenkellänge $\overline{AD} = \overline{BD}$ des Dreiecks ΔABD errechnet mit dem Winkel β = 35°:

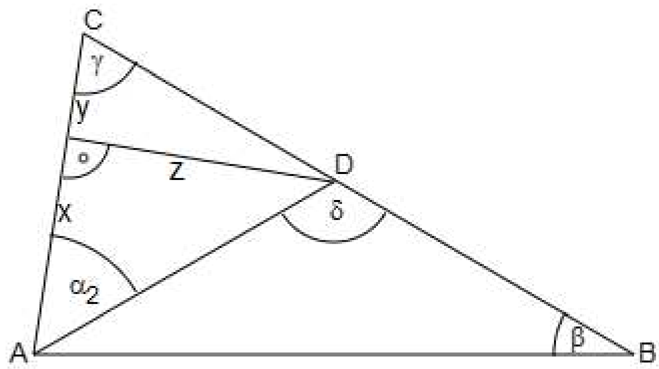
$$\sin\beta = \frac{\overline{AB}/2}{\overline{BD}} \Rightarrow \sin 35° = \frac{6{,}0}{\overline{BD}} \Rightarrow \overline{BD} = \frac{6{,}0}{\sin 35°} = 10{,}46 \text{ cm.}$$



III. Wir errechnen den <u>Winkel</u> α_2 im Dreieck ΔADC, indem der Winkel α im Dreieck ΔABC sich als:
$\alpha = 180° - \beta - \gamma = 180° - 35° - 70° = 75°$
ergibt. Für den Winkel α_2 folgt dann:
$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 75° - 35° = 40°$.



IV. Im allgemeinen Dreieck ΔADC ist die Seite $\overline{AD}$ = 10,46 cm gegeben, weiter die Winkel $\alpha_2 = 40°$, $\gamma = 70°$ (eine Seite, zwei Winkel). Das allgemeine Dreieck ΔADC wird daher durch die Höhe z in zwei rechtwinklige Dreiecke unterteilt.



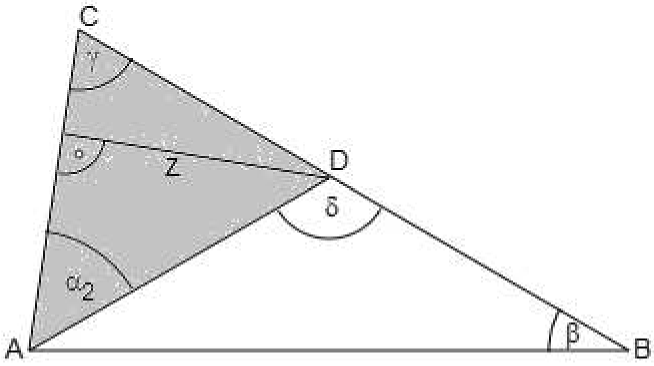
Im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten x und z lassen sich die Seiten x, z aus der Hypotenuse $\overline{AD}$ = 10,46 cm und dem Winkel $\alpha_2 = 40°$ ermitteln:

$\sin\alpha_2 = \frac{z}{\overline{AD}}$ => $\sin 40° = \frac{z}{10{,}46}$ => $z = 10{,}46 \cdot \sin 40° = 6{,}72$ cm

$\cos\alpha_2 = \frac{x}{\overline{AD}}$ => $\cos 40° = \frac{x}{10{,}46}$ => $x = 10{,}46 \cdot \cos 40° = 8{,}01$ cm.

Im rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten y und z errechnet sich die Seite y aus der Kathete z = 6,72 cm und dem Winkel γ = 70° als:

$\tan\gamma = \frac{z}{y}$ => $\tan 70° = \frac{6{,}72}{y}$ => $y = \frac{6{,}72}{\tan 70°} = 2{,}45$ cm.



V. Der gesuchte <u>Flächeninhalt</u> des Dreiecks ΔADC wird über die Grundseite
g = x + y = 8,01 + 2,45 = 10,46 cm
und die Höhe z = 6,72 cm berechnet und beläuft sich auf:

$A_{\Delta ADC} = \frac{1}{2}\cdot g\cdot z = \frac{1}{2}\cdot 10{,}46\cdot 6{,}72 = 35{,}15 \approx 35{,}2$ cm^2.

(Das Dreieck ΔADC ist im Übrigen gleichschenklig, erkennbar auch an den Winkeln γ = 70°, α_2 = 40° und 180° – 70° – 40° = 70°.)

www.michael-buhlmann.de / 04.2024 / Aufgabe 2040