**Michael Buhlmann**

# Mathematikaufgaben
## > Algebra
## > Trigonometrische Gleichungen

---

**Aufgabe**: Bestimme die Lösungen der trigonometrischen Gleichung:

-cos(2x) + 0,5 = 0, 0≤xπ.

**Lösung**: I. Allgemein sind einfache trigonometrische Gleichungen vom Typ:

$\sin(bx) = r$ bzw. $\cos(bx) = r$ , 0≤x≤p

mit p = 2π/b als Periode der zugehörigen trigonometrischen Funktion y = sin(x) bzw. y = cos(x), b≠0. Lösbar sind die Gleichungen nur für -1≤r≤1, mit r=±1 haben die Gleichungen genau eine Lösung. Eine Lösung findet sich für $\sin(bx) = r$ mit:

$\sin(bx) = r$ => bx = $\sin^{-1}(r)$ => $x_1$ = x = $\sin^{-1}(r)$/b für 0≤r≤1 bzw.

$\sin(bx) = r$ => bx = $\sin^{-1}(r)$ + 2π => $x_1$ = x = $\sin^{-1}(r)$/b + 2π/b für -1≤r≤0,

die zweite Lösung als:

bx = π – $\sin^{-1}(r)$ => $x_2$ = x = (π-$\sin^{-1}(r)$)/b = π/b – $x_1$ für 0<r<1 bzw.
bx = π – $\sin^{-1}(r)$ => $x_2$ = x = (π-$\sin^{-1}(r)$)/b = 3π/b – $x_1$ für -1<x<0.

Entsprechend gilt für die erste Lösung der Gleichung $\cos(bx) = r$ :

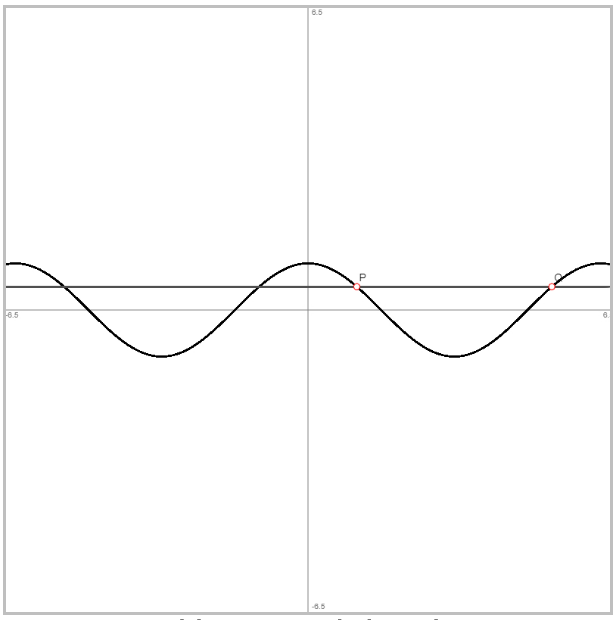
$\cos(bx) = r$ => bx = $\cos^{-1}(r)$ => $x_1$ = x = $\cos^{-1}(r)$/b

und für die zweite Lösung:

bx = 2π – $\cos^{-1}(r)$ => $x_2$ = x = (2π-$\cos^{-1}(r)$)/b = 2π/b – $x_1$.

II. Hinsichtlich der vorgegebenen <u>Gleichung</u> formen wir zunächst um:

-cos(2x) + 0,5 = 0 | +cos(2x)
0,5 = cos(2x) (*)




**y = cos(x), y = 0,5: Schnittpunkte P, Q**

Der obigen Zeichnung entnehmen wir, dass es zwei Lösungen der Gleichung (*) gibt; die erste bestimmt sich als:

$2x = \cos^{-1}(0,5) = \pi/3$ | :2
$x_1 = x = \pi/6$

die zweite als:

$2x = 2\pi - \pi/3 = 5\pi/3$ | :2
$x_2 = x = 5\pi/6$.

Die Lösungsmenge der Gleichung lautet damit: $L = \{\pi/6; 5\,\pi/6\}$.

www.michael-buhlmann.de / 06.2021 / Aufgabe 1446