

Mathematikaufgaben

> Algebra

> Lineare Ungleichungen

Aufgabe: Löse die folgende lineare Ungleichung:

$$\frac{5}{7}x + 5 \leq 2x.$$

Lösung: I. Allgemein gilt für das Lösen von linearen Ungleichungen, also von Ungleichungen z.B. mit der Variablen x , die folgende Vorgehensweise: Lineare Ungleichungen sind Ungleichungen mit der Variablen x , die der Form

$$ax + b < / \leq / \geq / > cx + d \quad (*)$$

mit rationalen Zahlen a, b, c, d genügen. Die Lösungen der linearen Ungleichung $(*)$ sind dann zu berechnen vermöge:

$$x < / \leq / \geq / > \frac{d-b}{a-c} \quad (a > c) \text{ bzw. } x > / \geq / \leq / < \frac{d-b}{a-c} \quad (a < c).$$

Um die Lösungen einer linearen Ungleichung der Form $(*)$ zu erlangen, sind eventuell zuvor Term- und Ungleichungsumformungen durchzuführen, die die Terme der Ungleichung u.a. durch das Auflösen von Klammern, durch Addition/Subtraktion von Summanden und Multiplikation/Division von Faktoren betreffen; bei Multiplikation/Division der Ungleichung mit negativen Faktoren wechselt die Ungleichungsrelation von " $<$ " auf " $>$ ", von " $\leq$ " auf " $\geq$ ", von " $\geq$ " auf " $\leq$ ", von " $>$ " auf " $<$ "; die obigen Formeln führen auf die Lösungen der Ungleichung.

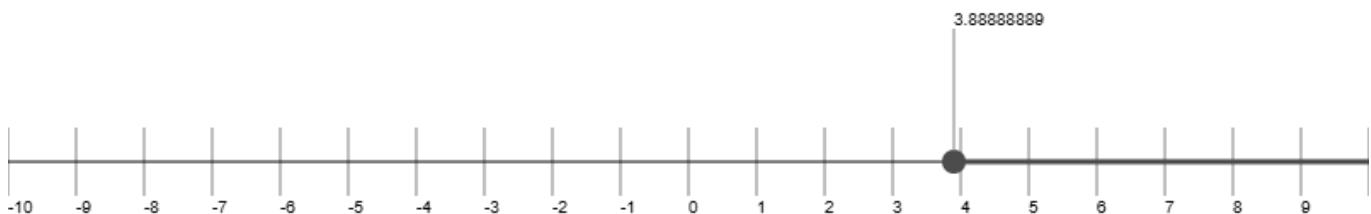
II. Wir gehen hinsichtlich der Term- und Ungleichungsumformungen wie folgt vor:

$$\begin{array}{ll} \frac{5}{7}x + 5 \leq 2x & | \cdot 7 \\ 5x + 35 \leq 14x & | -14x \\ -9x + 35 \leq 0 & | -35 \\ -9x \leq -35 & | : (-9) \\ x \geq \frac{35}{9} & \end{array}$$

$$\rightarrow \text{Lösungsmenge } L = \{x \geq \frac{35}{9} \mid x \in \mathbb{Q}\}$$

Damit ist die lineare Ungleichung gelöst; zur Lösung gehören alle rationalen Zahlen x mit: $x \geq \frac{35}{9}$.

III. Die Lösungsmenge lässt sich noch als Intervall $[\frac{35}{9}; +\infty)$ wie folgt auf dem rationalen Zahlenstrahl darstellen:



($<$ = kleiner, $\leq$ = kleiner gleich, $\geq$ = größer gleich, $>$ = größer, $\in$ = Element von, $\mathbb{Q}$ = Menge der rationalen Zahlen)