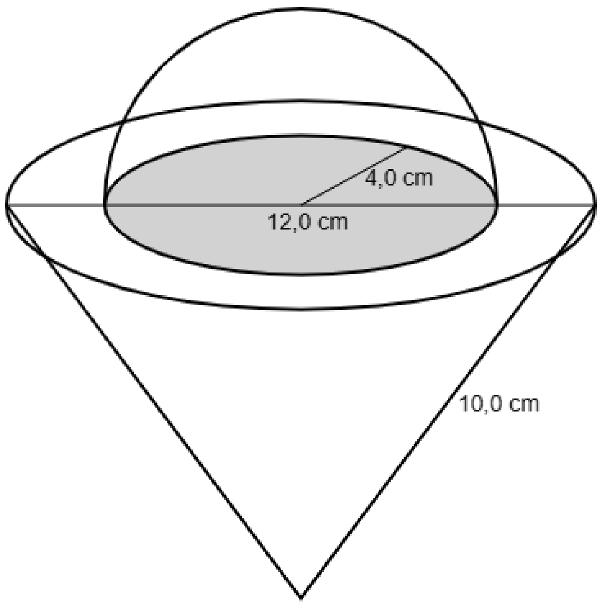
Michael Buhlmann

Mathematikaufgaben
> Geometrie/Körperberechnung
> Zusammengesetzte Körper
> Halbkugel und Kegel

Aufgabe: Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einer Halbkugel und einem Kegel. Der Radius der Halbkugel beträgt r = 4,0 cm, der Durchmesser der Kegelgrundfläche d = 12,0 cm, die Mantellinie des Kegels s = 10,0 cm. Berechne Volumen und Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers.



Lösung: I. Zur Bestimmung des Volumens sind die Rauminhalte der beiden Teilkörper, von Halbkugel und Kegel, zu addieren. Es gilt damit für das Gesamtvolumen des zusammengesetzten Körpers:

$V_{ges} = V_{HK} + V_K$.

Der Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers bestimmt sich aus dem Mantelflächeninhalt der Halbkugel, dem Flächeninhalt des Kreisrings zwischen Halbkugel und Kegel und dem Mantelflächeninhalt des Kegels gemäß:

$O_{ges} = M_{HK} + A_{KR} + M_K$.

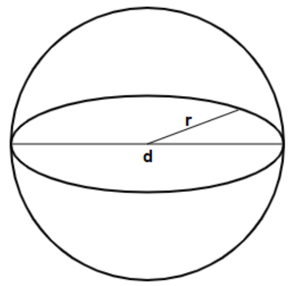
II. Wir wenden uns der Halbkugel zu. Deren Volumen (als halbes Kugelvolumen) ist wegen des Radius r = 4,0 cm:

$V_{HK} = \frac{2}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3}\pi$ = 134,04 cm^3.

Für den Mantelflächeninhalt (als halber Oberflächeninhalt einer Kugel) ergibt sich ebenfalls wegen des Radius r = 4,0 cm der Halbkugel:

$M_{HK} = 2\pi \cdot 4^2 = 32\pi$ = 100,53 cm^2.

Kugel:



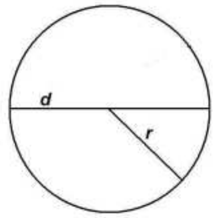
Radius r, Durchmesser d: Volumen $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Oberfläche $O = 4\pi r^2$

III. Der <u>Kreisring</u> zweier konzentrischer Kreise mit den Radien r_1 = 4,0 cm und r_2 = $\frac{d}{2} = \frac{12{,}0}{2}$ = 6,0 cm hat als Flächeninhalt:

$A_{KR} = \pi(r_2^2 - r_1^2) = \pi(6^2 - 4^2) = \pi(36-16) = 20\pi$ = 62,83 cm^2.

Kreis:

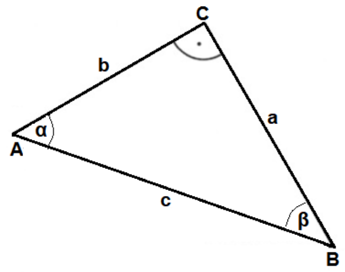


Radius r, Durchmesser d = 2r:
Umfang u = $2\pi r$, Flächeninhalt A = πr^2

IV. Für den <u>Kegel</u> als Teilkörper ergibt sich aus dem Kegelradius r = $\frac{d}{2} = \frac{12{,}0}{2}$ = 6,0 cm und der Mantellinie s = 10,0 cm die Kegelhöhe nach dem Satz des Pythagoras:

$h^2 = s^2 - r^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$ |√
h = 8,0 cm.

Satz des Pythagoras:



Katheten a,b, Hypotenuse c: $a^2 + b^2 = c^2$

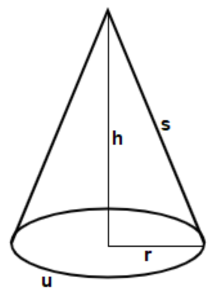
Mit Radius r = 6,0 cm und Höhe h = 8,0 cm folgt für das Kegelvolumen:

$V_K = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = \frac{288}{3}\pi = 96\pi$ = 301,59 cm^3.

Weiter ergibt sich mit Radius r = 6,0 cm und Mantellinie s = 10,0 cm den Mantelflächeninhalt des Kegels:

$M_K = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi$ = 188,50 cm^2.

Kegel:



Radius r, Durchmesser d = 2r: Umfang u = $2\pi r$
Mantellinie s = $\sqrt{r^2 + h^2}$
Mantelfläche M = πrs , Oberfläche O = G + M
Volumen V = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

V. Gemäß I. rechnen wir für das <u>Gesamtvolumen</u> des zusammengesetzten Körpers aus:

$V_{ges} = V_{HK} + V_K = 134{,}04 + 301{,}59 = 435{,}63 \approx 435{,}6$ cm^3.

Für den <u>Oberflächeninhalt</u> des zusammengesetzten Körpers gilt:

$O_{ges} = M_{HK} + A_{KR} + M_K = 100{,}53 + 62{,}83 + 188{,}50 = 351{,}86 \approx 351{,}9$ cm^2.

Damit ist alles berechnet.

www.michael-buhlmann.de / 10.2023 / Aufgabe 1904