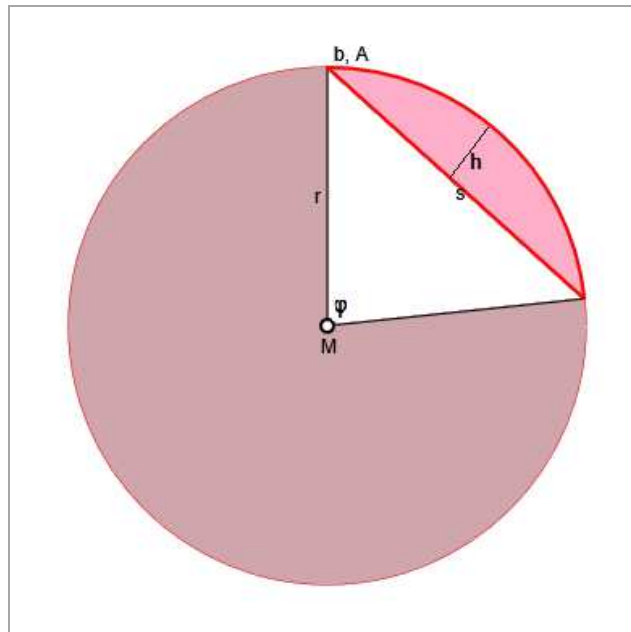


Mathematik-Aufgabenpool

> Kreisabschnittberechnung

Einleitung: Ein Kreis verbindet alle Punkte einer Ebene, die denselben Abstand, d.h. Radius r zum Mittelpunkt des Kreises haben. Ein Kreis wird weiter bestimmt durch seinen Durchmesser d , den Kreisumfang u und die Kreisfläche A . Es gilt: $d=2r$, $u=2\pi r$, $A=\pi r^2$. Ein Kreisabschnitt ist derjenige Teil des Kreises zwischen Kreissehne s und Kreisbogen b über einem Mittelpunktswinkel φ . Für Sehne, Kreisbogen und Kreisabschnittfläche gilt: $s=2r \cdot \sin(\varphi/2)$, $b=2\pi r \varphi/360^\circ$, $A=0.5[br-s(r-h)]$.



Kreisabschnitt: Radius r , Winkel φ , Sehne s , Bogenlänge b , Kreisabschnittfläche A

Formelsammlung:

Kreisradius	$r = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi \varphi}$	$r = \sqrt{\frac{2A}{\frac{\pi \varphi}{180^\circ} - \sin \varphi}}$	$r = \frac{2A - sh}{b - s}$
Bogenlänge	$b = \pi \frac{\varphi}{180^\circ}$ $b = 2\pi \frac{\varphi}{360^\circ}$		$b = \frac{2A + s(r - h)}{r}$
Sehne	$s = 2r \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$	$r = \frac{s}{2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$	$\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2r}$
	$h = \frac{2A - r(b - s)}{s}$		$s = \frac{br - 2A}{r - h}$
Abschnitthöhe	$h = r - \frac{1}{2} \sqrt{4r^2 - s^2}$	$s = 2\sqrt{2hr - h^2}$	$r = \frac{s^2 + 4h^2}{8h}$ $r = \frac{s^2}{8h} + \frac{h}{2}$
Flächeninhalt	$A = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \varphi}{180^\circ} - \sin \varphi \right)$	$A = \frac{1}{2} (br - s(r - h))$	$A = \frac{1}{2} ((b - s)r + sh)$
Mittelpunktswinkel	$\varphi = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi r}$		

Näherungen	$A \approx \frac{2}{3}hs$	$s \approx \frac{3A}{2h}$	$h \approx \frac{3A}{2s}$
------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

Aufgabe 1: Berechne die jeweils fehlenden Größen des Kreisabschnitts (Radius, Winkel, Bogenlänge, Sehne, Höhe, Flächeninhalt).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	r = 14.6 cm, $\varphi = 156.2^\circ$	b, s, h, A
2	r = 11.1 cm, $\varphi = 140.4^\circ$	b, s, h, A
3	r = 12.2 cm, $\varphi = 62.2^\circ$	b, s, h, A
4	r = 8.8 cm, $\varphi = 100.6^\circ$	b, s, h, A
5	r = 11.8 cm, $\varphi = 83.8^\circ$	b, s, h, A
6	r = 13.9 cm, $\varphi = 45.3^\circ$	b, s, h, A
7	r = 11.3 cm, $\varphi = 41.1^\circ$	b, s, h, A
8	r = 14.9 cm, $\varphi = 74.3^\circ$	b, s, h, A
9	r = 8.9 cm, $\varphi = 110.1^\circ$	b, s, h, A
10	r = 19.1 cm, $\varphi = 102.5^\circ$	b, s, h, A
11	r = 12.7 cm, $\varphi = 154.9^\circ$	b, s, h, A
12	r = 6.5 cm, $\varphi = 111.9^\circ$	b, s, h, A
13	r = 10.9 cm, $\varphi = 116.6^\circ$	b, s, h, A
14	r = 10.8 cm, $\varphi = 159.1^\circ$	b, s, h, A
15	r = 7.9 cm, $\varphi = 72.3^\circ$	b, s, h, A
16	r = 19.2 cm, $\varphi = 32.5^\circ$	b, s, h, A
17	r = 12.8 cm, $\varphi = 61.4^\circ$	b, s, h, A
18	r = 18.6 cm, $\varphi = 140.1^\circ$	b, s, h, A
19	r = 9.6 cm, $\varphi = 119.7^\circ$	b, s, h, A
20	r = 13.4 cm, $\varphi = 82.7^\circ$	b, s, h, A

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen beim Kreisabschnitt ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	$\varphi=$	b=	s=	h=	A=
1	14.6 cm	156.2°	39.8 cm	28.6 cm	11.6 cm	247.5 cm ²
2	11.1 cm	140.4°	27.2 cm	20.9 cm	7.3 cm	111.7 cm ²
3	12.2 cm	62.2°	13.2 cm	12.6 cm	1.8 cm	15.0 cm ²
4	8.8 cm	100.6°	15.5 cm	13.5 cm	3.2 cm	29.9 cm ²
5	11.8 cm	83.8°	17.3 cm	15.8 cm	3.0 cm	32.6 cm ²
6	13.9 cm	45.3°	11.0 cm	10.7 cm	1.1 cm	7.7 cm ²
7	11.3 cm	41.1°	8.1 cm	7.9 cm	0.7 cm	3.8 cm ²
8	14.9 cm	74.3°	19.3 cm	18.0 cm	3.0 cm	37.1 cm ²
9	8.9 cm	110.1°	17.1 cm	14.6 cm	3.8 cm	38.9 cm ²
10	19.1 cm	102.5°	34.2 cm	29.8 cm	7.1 cm	148.2 cm ²
11	12.7 cm	154.9°	34.3 cm	24.8 cm	9.9 cm	183.8 cm ²
12	6.5 cm	111.9°	12.7 cm	10.8 cm	2.9 cm	21.7 cm ²
13	10.9 cm	116.6°	22.2 cm	18.5 cm	5.2 cm	67.8 cm ²

14	10.8 cm	159.1°	30.0 cm	21.2 cm	8.8 cm	141.1 cm ²
15	7.9 cm	72.3°	10.0 cm	9.3 cm	1.5 cm	9.6 cm ²
16	19.2 cm	32.5°	10.9 cm	10.7 cm	0.8 cm	5.5 cm ²
17	12.8 cm	61.4°	13.7 cm	13.1 cm	1.8 cm	15.9 cm ²
18	18.6 cm	140.1°	45.5 cm	35.0 cm	12.3 cm	312.0 cm ²
19	9.6 cm	119.7°	20.1 cm	16.6 cm	4.8 cm	56.2 cm ²
20	13.4 cm	82.7°	19.3 cm	17.7 cm	3.3 cm	40.5 cm ²

Aufgabe 2: Berechne die jeweils fehlenden Größen des Kreisabschnitts (Radius, Winkel, Bogenlänge, Sehne, Höhe, Flächeninhalt).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$r = 5.6 \text{ cm}, \varphi = 114.6^\circ$	b, s, h, A
2	$r = 25.4 \text{ cm}, \varphi = 165.7^\circ$	b, s, h, A
3	$r = 31.0 \text{ m}, \varphi = 163.6^\circ$	b, s, h, A
4	$r = 35.5 \text{ m}, \varphi = 84.4^\circ$	b, s, h, A
5	$r = 26.5 \text{ mm}, \varphi = 108.4^\circ$	b, s, h, A
6	$r = 11.2 \text{ dm}, \varphi = 131.4^\circ$	b, s, h, A
7	$r = 20.7 \text{ dm}, \varphi = 149.0^\circ$	b, s, h, A
8	$r = 14.2 \text{ mm}, \varphi = 170.2^\circ$	b, s, h, A
9	$r = 30.2 \text{ cm}, \varphi = 96.1^\circ$	b, s, h, A
10	$r = 11.4 \text{ m}, \varphi = 49.5^\circ$	b, s, h, A
11	$r = 30.8 \text{ dm}, \varphi = 116.4^\circ$	b, s, h, A
12	$r = 7.7 \text{ cm}, \varphi = 175.2^\circ$	b, s, h, A
13	$r = 19.2 \text{ dm}, \varphi = 129.9^\circ$	b, s, h, A
14	$r = 30.4 \text{ mm}, \varphi = 145.7^\circ$	b, s, h, A
15	$r = 31.3 \text{ dm}, \varphi = 47.7^\circ$	b, s, h, A
16	$r = 32.2 \text{ mm}, \varphi = 144.9^\circ$	b, s, h, A
17	$r = 8.4 \text{ mm}, \varphi = 78.8^\circ$	b, s, h, A
18	$r = 18.4 \text{ m}, \varphi = 107.4^\circ$	b, s, h, A
19	$r = 23.2 \text{ m}, \varphi = 55.6^\circ$	b, s, h, A
20	$r = 15.7 \text{ cm}, \varphi = 165.3^\circ$	b, s, h, A

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen beim Kreisabschnitt ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	$\varphi=$	b=	s=	h=	A=
1	5.6 cm	114.6°	11.2 cm	9.4 cm	2.6 cm	17.1 cm ²
2	25.4 cm	165.7°	73.5 cm	50.4 cm	22.2 cm	853.2 cm ²
3	31.0 m	163.6°	88.5 m	61.4 m	26.6 m	1236.3 m ²
4	35.5 m	84.4°	52.3 m	47.7 m	9.2 m	301.1 m ²
5	26.5 mm	108.4°	50.1 mm	43.0 mm	11.0 mm	331.1 mm ²
6	11.2 dm	131.4°	25.7 dm	20.4 dm	6.6 dm	96.8 dm ²
7	20.7 dm	149.0°	53.8 dm	39.9 dm	15.2 dm	446.8 dm ²
8	14.2 mm	170.2°	42.2 mm	28.3 mm	13.0 mm	282.3 mm ²

9	30.2 cm	96.1°	50.7 cm	44.9 cm	10.0 cm	311.4 cm ²
10	11.4 m	49.5°	9.8 m	9.5 m	1.0 m	6.7 m ²
11	30.8 dm	116.4°	62.6 dm	52.4 dm	14.6 dm	538.8 dm ²
12	7.7 cm	175.2°	23.5 cm	15.4 cm	7.4 cm	88.2 cm ²
13	19.2 dm	129.9°	43.5 dm	34.8 dm	11.1 dm	276.5 dm ²
14	30.4 mm	145.7°	77.3 mm	58.1 mm	21.4 mm	914.6 mm ²
15	31.3 dm	47.7°	26.1 dm	25.3 dm	2.7 dm	45.5 dm ²
16	32.2 mm	144.9°	81.4 mm	61.4 mm	22.5 mm	1013.0 mm ²
17	8.4 mm	78.8°	11.6 mm	10.7 mm	1.9 mm	13.9 mm ²
18	18.4 m	107.4°	34.5 m	29.7 m	7.5 m	155.8 m ²
19	23.2 m	55.6°	22.5 m	21.6 m	2.7 m	39.1 m ²
20	15.7 cm	165.3°	45.3 cm	31.1 cm	13.7 cm	324.3 cm ²

Aufgabe 3: Berechne die jeweils fehlenden Größen des Kreisabschnitts (Radius, Winkel, Bogenlänge, Sehne, Höhe, Flächeninhalt).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	s = 18.2 cm, $\varphi = 174.0^\circ$	r, b, h, A
2	b = 32.4 cm, s = 27.1 cm	r, h, A, φ
3	b = 8.6 cm, s = 7.7 cm	r, h, A, φ
4	r = 17.1 cm, s = 34.1 cm	b, h, A, φ
5	r = 19.6 cm, b = 40.6 cm	s, h, A, φ
6	s = 8.3 cm, h = 0.9 cm	r, b, A, φ
7	r = 12.6 cm, b = 32.8 cm	s, h, A, φ
8	r = 22.4 cm, s = 29.5 cm	b, h, A, φ
9	r = 17.9 cm, b = 14.3 cm	s, h, A, φ
10	s = 16.6 cm, h = 1.7 cm	r, b, A, φ
11	s = 22.0 cm, h = 4.6 cm	r, b, A, φ
12	s = 29.3 cm, h = 7.6 cm	r, b, A, φ
13	s = 16.7 cm, h = 7.4 cm	r, b, A, φ
14	r = 14.2 cm, b = 42.9 cm	s, h, A, φ
15	b = 18.8 cm, $\varphi = 126.6^\circ$	r, s, h, A
16	r = 17.4 cm, b = 36.2 cm	s, h, A, φ
17	r = 14.5 cm, b = 28.5 cm	s, h, A, φ
18	b = 22.4 cm, $\varphi = 70.9^\circ$	r, s, h, A
19	r = 8.5 cm, s = 12.1 cm	b, h, A, φ
20	b = 4.5 cm, $\varphi = 24.2^\circ$	r, s, h, A

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen beim Kreisabschnitt ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	$\varphi=$	b=	s=	h=	A=
1	9.1 cm	174.0°	27.6 cm	18.2 cm	8.6 cm	121.4 cm ²
2	16.0 cm	115.9°	32.4 cm	27.1 cm	7.5 cm	143.8 cm ²
3	5.4 cm	90.8°	8.6 cm	7.7 cm	1.6 cm	8.5 cm ²

4	17.1 cm	173.7°	51.8 cm	34.1 cm	16.2 cm	427.2 cm ²
5	19.6 cm	118.8°	40.6 cm	33.7 cm	9.6 cm	229.9 cm ²
6	9.8 cm	50.1°	8.6 cm	8.3 cm	0.9 cm	5.1 cm ²
7	12.6 cm	149.1°	32.8 cm	24.3 cm	9.2 cm	165.8 cm ²
8	22.4 cm	82.3°	32.2 cm	29.5 cm	5.5 cm	111.7 cm ²
9	17.9 cm	45.7°	14.3 cm	13.9 cm	1.4 cm	13.1 cm ²
10	21.1 cm	46.4°	17.1 cm	16.6 cm	1.7 cm	19.1 cm ²
11	15.5 cm	90.2°	24.4 cm	22.0 cm	4.6 cm	69.0 cm ²
12	17.9 cm	109.7°	34.3 cm	29.3 cm	7.6 cm	155.9 cm ²
13	8.4 cm	166.8°	24.5 cm	16.7 cm	7.4 cm	94.7 cm ²
14	14.2 cm	173.1°	42.9 cm	28.3 cm	13.3 cm	292.5 cm ²
15	8.5 cm	126.6°	18.8 cm	15.2 cm	4.7 cm	50.8 cm ²
16	17.4 cm	119.2°	36.2 cm	30.0 cm	8.6 cm	182.8 cm ²
17	14.5 cm	112.5°	28.5 cm	24.1 cm	6.4 cm	109.3 cm ²
18	18.1 cm	70.9°	22.4 cm	21.0 cm	3.4 cm	47.9 cm ²
19	8.5 cm	91.2°	13.5 cm	12.1 cm	2.6 cm	21.4 cm ²
20	10.6 cm	24.2°	4.5 cm	4.4 cm	0.2 cm	0.7 cm ²

Aufgabe 4: Berechne die jeweils fehlenden Größen des Kreisabschnitts (Radius, Winkel, Bogenlänge, Sehne, Höhe, Flächeninhalt).

Nr.	Gegeben:	Gesucht:
1	$b = 47.9 \text{ m}, \varphi = 166.5^\circ$	r, s, h, A
2	$r = 32.3 \text{ mm}, b = 60.4 \text{ mm}$	s, h, A, φ
3	$s = 55.1 \text{ mm}, h = 14.2 \text{ mm}$	r, b, A, φ
4	$r = 37.3 \text{ mm}, \varphi = 86.3^\circ$	b, s, h, A
5	$r = 47.3 \text{ dm}, s = 88.8 \text{ dm}$	b, h, A, φ
6	$r = 46.7 \text{ m}, b = 53.6 \text{ m}$	s, h, A, φ
7	$s = 22.0 \text{ dm}, h = 6.1 \text{ dm}$	r, b, A, φ
8	$b = 8.9 \text{ mm}, \varphi = 47.9^\circ$	r, s, h, A
9	$b = 17.0 \text{ dm}, s = 12.1 \text{ dm}$	r, h, A, φ
10	$r = 15.2 \text{ mm}, \varphi = 132.5^\circ$	b, s, h, A
11	$r = 29.5 \text{ mm}, \varphi = 12.0^\circ$	b, s, h, A
12	$r = 43.0 \text{ m}, s = 11.2 \text{ m}$	b, h, A, φ
13	$s = 32.5 \text{ mm}, \varphi = 86.7^\circ$	r, b, h, A
14	$r = 34.6 \text{ cm}, b = 62.3 \text{ cm}$	s, h, A, φ
15	$r = 40.2 \text{ m}, b = 125.6 \text{ m}$	s, h, A, φ
16	$b = 87.7 \text{ cm}, s = 57.0 \text{ cm}$	r, h, A, φ
17	$r = 8.5 \text{ m}, \varphi = 79.4^\circ$	b, s, h, A
18	$b = 13.9 \text{ m}, s = 13.6 \text{ m}$	r, h, A, φ
19	$r = 13.7 \text{ dm}, \varphi = 35.6^\circ$	b, s, h, A
20	$b = 105.1 \text{ m}, s = 69.1 \text{ m}$	r, h, A, φ

Vorgehensweise: Zur Ermittlung der fehlenden Größen beim Kreisabschnitt ist die obige Formelsammlung anzuwenden.

Lösungen:

Nr.	r=	φ =	b=	s=	h=	A=
1	16.5 m	166.5°	47.9 m	32.8 m	14.6 m	363.8 m ²
2	32.3 mm	107.2°	60.4 mm	52.0 mm	13.1 mm	477.7 mm ²
3	33.8 mm	109.1°	64.4 mm	55.1 mm	14.2 mm	547.9 mm ²
4	37.3 mm	86.3°	56.2 mm	51.0 mm	10.1 mm	353.6 mm ²
5	47.3 dm	139.8°	115.4 dm	88.8 dm	31.0 dm	2007.4 dm ²
6	46.7 m	65.8°	53.6 m	50.7 m	7.5 m	257.7 m ²
7	13.0 dm	115.6°	26.2 dm	22.0 dm	6.1 dm	94.3 dm ²
8	10.7 mm	47.9°	8.9 mm	8.7 mm	0.9 mm	5.4 mm ²
9	6.2 dm	156.9°	17.0 dm	12.1 dm	5.0 dm	45.1 dm ²
10	15.2 mm	132.5°	35.2 mm	27.8 mm	9.1 mm	182.0 mm ²
11	29.5 mm	12.0°	6.2 mm	6.2 mm	0.2 mm	0.7 mm ²
12	43.0 m	15.0°	11.3 m	11.2 m	0.4 m	2.8 m ²
13	23.7 mm	86.7°	35.9 mm	32.5 mm	6.5 mm	144.6 mm ²
14	34.6 cm	103.2°	62.3 cm	54.2 cm	13.1 cm	495.4 cm ²
15	40.2 m	179.0°	125.6 m	80.4 m	39.8 m	2510.3 m ²
16	28.5 cm	176.4°	87.7 cm	57.0 cm	27.6 cm	1224.9 cm ²
17	8.5 m	79.4°	11.8 m	10.9 m	2.0 m	14.6 m ²
18	19.3 m	41.4°	13.9 m	13.6 m	1.2 m	11.4 m ²
19	13.7 dm	35.6°	8.5 dm	8.4 dm	0.7 dm	3.7 dm ²
20	34.6 m	174.0°	105.1 m	69.1 m	32.8 m	1755.2 m ²

www.michael-buhlmann.de / 02.2019 / Mathematik-Aufgabenpool: Kreisausschnittberechnung / Aufgaben 794-797